



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA

FACULTAD DE INGENIERIA

DEPARTAMENTO DE ENERGIA Y FISICA



MANUAL DE MECANICA DE FLUIDOS

CICLO: V

E.A.P: INGENIERIA MECANICA

AUTOR: GIOVENE PEREZ CAMPOMANES

NUEVO CHIMBOTE, 2013

PROLOGO

La mecánica de fluidos, es una ciencia que estudia el comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento y la interacción de estos con sólidos o con otros fluidos en las fronteras.

La idea de este manual nace como un material de apoyo en el curso de mecánica de fluidos, en el cual se presenta los conceptos más importantes y que vienen acompañados de 160 problemas propuestos que son desarrollados en las sesiones del curso, propiciando de manera más amena la convivencia con la mecánica de fluidos.

En este manual, se tratan temas que en la mayoría de syllabus de las universidades se analizan y que son muy importantes en la formación profesional de los futuros ingenieros.

Como base se tomó la experiencia adquirida en el dictado de los cursos de Mecánica de fluidos en la Universidad San Martín de Porres, Universidad Alas Peruanas, Universidad San Pedro, Universidad César Vallejo y la Universidad Nacional del Santa.

Esta separata, consta de 07 capítulos y bibliografía.

El presente texto está dirigido a estudiantes de ingeniería y docentes que imparten el curso de Mecánica de fluidos; así como a ingenieros, investigadores en el área de hidráulica.

Este texto se lo dedico a mis alumnos de Mecánica de fluidos Universidad San Pedro, Universidad César Vallejo y la Universidad Nacional del Santa; quienes con sus consultas me motivaron a escribir el presente texto y con su energía renovada me permitieron culminar con éxito este trabajo.

De manera muy especial, dedico el presente texto a mis padres que son ellos los que me formaron y siempre les agradeceré, todo lo que soy y que desde lo alto, le pido siempre me guíen por el camino del éxito, para seguir aportando al desarrollo integral de la sociedad.

Para Angie por qué estar siempre a conmigo, y a mis hijos por su inmenso amor.

Ing. Giovene Pérez Campomanes

Lima, 27 de enero del 2014

INDICE

	Pág.
1. Propiedades de los fluidos	
1.1 El Fluido	6
1.2 El fluido: Líquidos y gases	8
1.3 Condición de no deslizamiento	9
1.4 La historia de la Mecánica de Fluidos	10
1.5 Mecánica de Fluidos	11
1.6 Tipos de Fluidos	12
1.7 Métodos de Análisis	14
1.8 Dimensiones y sistemas de unidades	14
1.9 El fluido como un continuo	15
1.10 Propiedades de los fluidos	16
Problemas propuestos	21
2. Estática de fluidos	
2.1 Hidrostática	28
2.2 Vasos Comunicantes	31
2.4 Prensa hidráulica	31
2.5 Barómetros	34
Problemas propuestos	34
2.6 Análisis de fuerzas sobre superficies planas	42
2.7 Definiciones generales	46
2.8 Análisis de fuerzas sobre superficies curvas	49
2.9 Procedimiento para calcular las fuerzas	50
Problemas propuestos	52
2.10 Principio de Arquímedes	61
2.11 Flotación	62
2.12 Estabilidad de flotación	63
2.13 Procedimiento para resolver problemas de flotación	65
Problemas propuestos	66
3. Cinemática de fluidos	
3.1 introducción	72
3.2 Campo de velocidades	72
3.3 Método del sistema y de volumen de control	77
4. Dinámica de fluidos	
4.1 Introducción	80
4.2 Ecuación de continuidad: conservación de la masa	80
Problemas propuestos	84

5. Ecuación de la energía	
5.1 Introducción	91
5.2 Ecuación integral de conservación de la energía	91
5.3 Ecuación de energía para sistemas de flujo permanente y unidimensional	93
5.5 Análisis de turbomaquinas	94
5.6 Ecuación de Bernoulli	96
5.7 Aplicaciones de la mecánica de fluidos en las turbomaquinas	97
Problemas propuestos	98
6. Cantidad de Movimiento	
6.1 Introducción	104
6.2 Ecuación de cantidad de movimiento	105
6.3 Factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento	109
6.4 Consideraciones para tener en cuenta	119
6.5 Caso de alabes	110
Problemas propuestos	111
7. Flujo en tuberías	
7.1 Introducción	119
7.2 Definiciones	119
7.3 Flujo en conductos cerrados	120
7.4 Pérdida de carga en tuberías	122
7.5 Redes de tuberías	132
Problemas propuestos	136
Bibliografía	145

PRIMERA UNIDAD

I. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

1.1 El fluido: Un fluido es una sustancia o medio continuo que se deforma continuamente en el tiempo, ante la aplicación de una tensión tangencial o esfuerzo cortante, sin importar la magnitud de ésta.

1.1.1 Características: La posición relativa de sus moléculas puede cambiar continuamente.

- Todos los fluidos son compresibles en cierto grado. No obstante, los líquidos son mucho menos compresibles que los gases.
- Todos los fluidos, tienen viscosidad, aunque la viscosidad en los gases es mucho menor que en los líquidos.



Figura: N° 1.1 se muestra los fluidos flujo interno y externo.

- **Newtonianos:** Es un fluido cuya viscosidad puede considerarse constante en el tiempo. Los fluidos newtonianos son uno de los fluidos más sencillos de describir. La curva que muestra la relación entre el esfuerzo o cizalla contra su tasa de deformación es lineal. Ejemplo el agua.
- **No Newtonianos:** Es aquél cuya viscosidad varía con la temperatura, la presión y la tensión cortante que se le aplica, Como resultado, un fluido no-newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante. Un ejemplo barato y no tóxico de fluido no newtoniano puede hacerse fácilmente añadiendo almidón de maíz en una taza de agua.

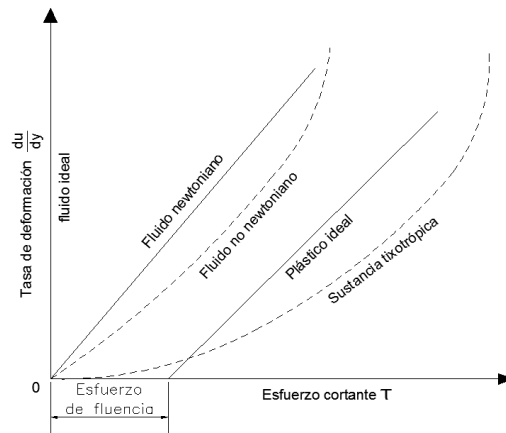


Fig. N° 1.2 se muestra un reograma en el que se indica el comportamiento de un fluido

Ley de Newton de la viscosidad: Para un determinado fluido, la tensión tangencial de rozamiento aplicada según una dirección es directamente proporcional a la velocidad (en módulo) en la dirección normal a la primera, siendo la constante de proporcionalidad correspondiente el coeficiente de viscosidad.

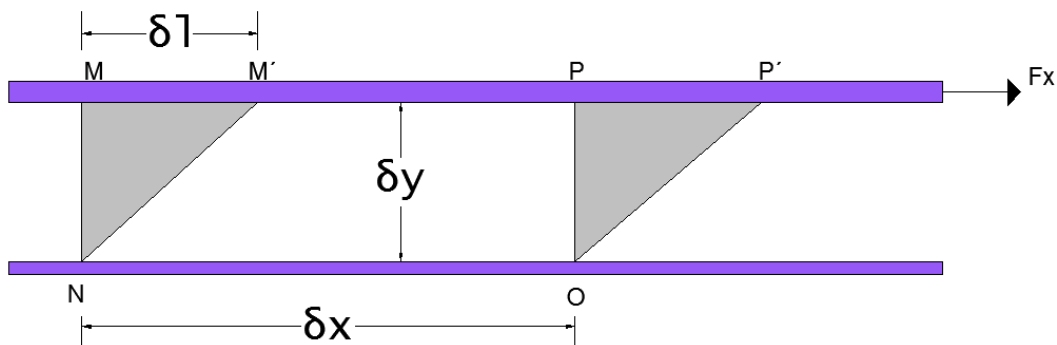


Fig. N° 1.3 se muestra la deformación de un fluido

1.1.2 Propiedades: Existen propiedades primarias y secundarias del fluido.

Propiedades primarias:

- Presión
- Densidad
- Temperatura
- Energía interna
- Entalpía
- Entropía
- Calores específicos

- Coeficiente de viscosidad

Propiedades secundarias:

Caracterizan el comportamiento específico de los fluidos.

- Viscosidad.
- Conductividad térmica.
- Tensión superficial.
- Presión de vapor.
- Presión atmosférica.

1.2 Fluido: Líquidos y gases

- Toda la materia existe en uno de los dos estados: Las dos categorías de los fluidos son líquidos y gases. Un líquido es prácticamente incompresible comparado con un gas. Un líquido vaciado dentro de un recipiente, si tiene un volumen menor que el volumen del recipiente, llenará el recipiente sólo parcialmente y adoptará la forma del recipiente sobre todos los lados del líquido excepto la superficie libre en la parte superior.
- Un gas vaciado en un recipiente, indiferente de la cantidad del gas o del tamaño del recipiente, llenará completamente el recipiente. Esto se debe a las moléculas de un gas están con amplitud y las fuerzas de cohesión entre ellas son débiles.
- Oliver Lodge expresó esto como: “Un sólido tiene volumen y forma; un líquido tiene volumen pero no forma; un gas no tiene volumen ni forma”; en resumen se puede decir que:

	Materia	Forma	Volumen
Fluido	Tiene		Tiene
	LIQUIDO	No Tiene	Tiene
	GAS	No Tiene	No Tiene

Tabla N° 1.1 Se muestra las características de los fluidos: líquido y gaseoso.

Un fluido no ofrece resistencia a la deformación por esfuerzo constante. Esta es la característica que distingue esencialmente un fluido de un sólido.

En forma diferencial, la ecuación.

Ley de viscosidad de Newton).
$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.1)$$

Es la relación entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación angular para el flujo unidimensional de un fluido. **El factor de proporcionalidad μ se denomina viscosidad del fluido.**

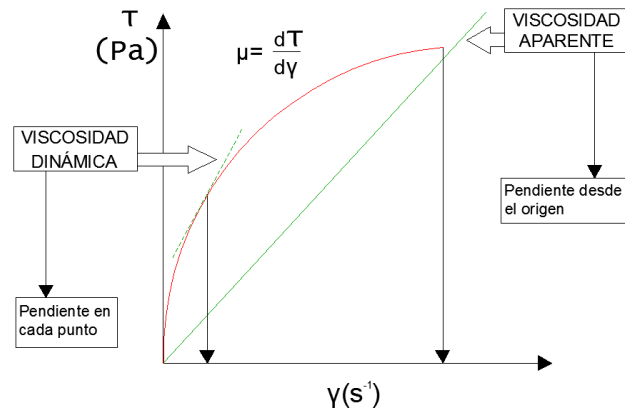


Fig.Nº1.4 se muestra influencia de la viscosidad en un fluido

1.3 Condición de no deslizamiento: Considérese el flujo de un fluido en un tubo estacionario o sobre una superficie sólida que es no porosa (impermeable al fluido). Todas las observaciones experimentales indican que un fluido en movimiento llega a detenerse por completo en la superficie y adquiere una velocidad cero con ella. Esto es, un fluido en contacto directo con un sólido “se pega” a la superficie debido a los efectos viscosos y no hay deslizamiento. A esta característica se le conoce como la condición de no deslizamiento.



Fig. Nº 1.5 se muestra la condición de deslizamiento de un fluido.

La condición de no deslizamiento es responsable de:

- El desarrollo del perfil de velocidades.
- Todos los perfiles de velocidades deben tener valores cero, respecto a la superficie en los puntos de contacto entre un fluido y una superficie sólida.
- La resistencia al movimiento de una superficie, la cual es la fuerza de un fluido que ejerce sobre una superficie en la dirección del flujo.

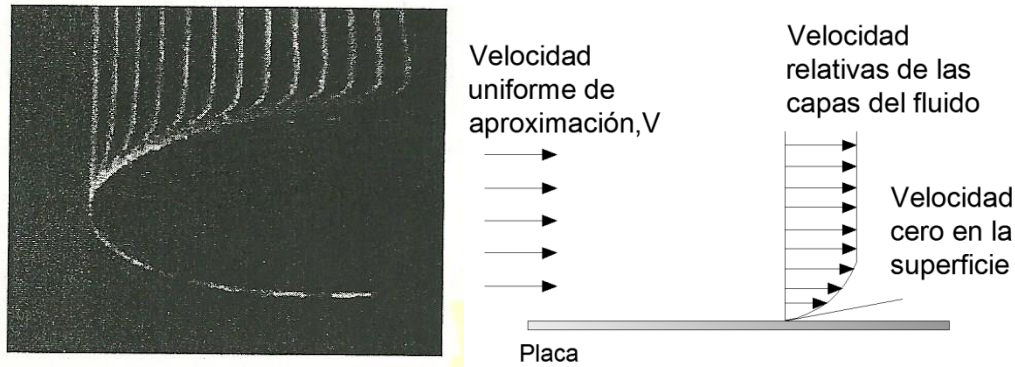


Fig. N° 1.6 se muestra la condición de deslizamiento de un fluido.

Cuando se fuerza a un fluido a moverse sobre una superficie curva, como el lado posterior de un cilindro, con una velocidad suficientemente elevada, la capa límite ya no puede mantenerse adherida a la superficie, y en algún punto, se separa de ella, este fenómeno se conoce como separación del flujo.

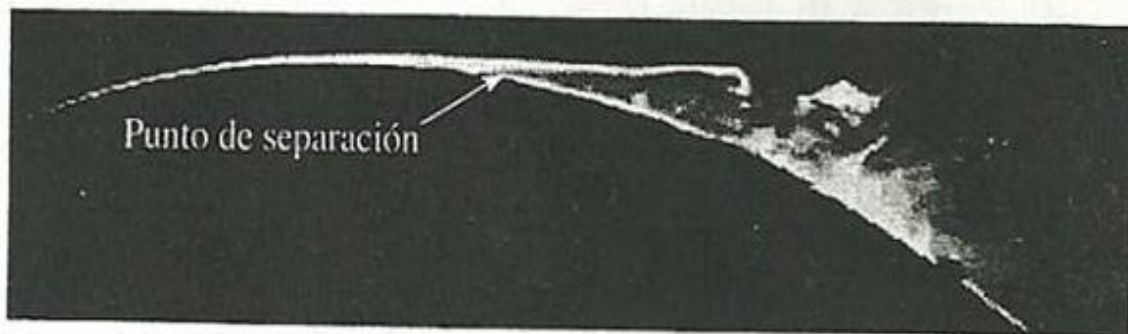


Fig. N° 1.7 se muestra el punto de separación en la condición de deslizamiento en un fluido.

1.4 Historia de la Mecánica de fluidos: Los principios básicos del movimiento de los fluidos se desarrollaron lentamente a través de los siglos XVI al XIX como resultado del trabajo de muchos científicos como Da Vinci, Galileo, Torricelli, Pascal, Bernoulli, Euler, Navier, Stokes, Kelvin, Reynolds y otros que hicieron interesantes aportes teóricos a lo que se denomina hidrodinámica. También en el campo de hidráulica experimental hicieron importantes contribuciones Chezy, Ventura, Hagen, Manning, Pouseuille, Darcy, Froude y otros, fundamentalmente durante el siglo XIX.



Fig. N° 1.8 se muestra dos principales científicos que participaron en el desarrollo de la mecánica de fluidos.

1.5 Mecánica de los Fluidos

Se define como la ciencia que estudia el comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento y la interacción de estos con sólidos o con otros fluidos en las fronteras.

También se define como el estudio del comportamiento del fluido en movimiento o en reposo. El estudio toma en consideración las propiedades de los fluidos y las fuerzas que interactúan entre el fluido y sus fronteras, determinando un patrón de flujo resultante.

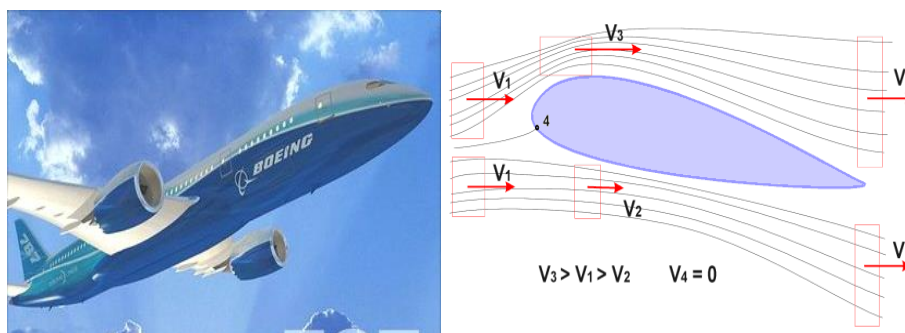


Fig. N° 1.9 se muestra los ejemplos de las aplicaciones de un fluido.

“La Mecánica de los fluidos es la ciencia de la mecánica de los líquidos y los gases, y está basada en los mismos principios fundamentales utilizados en la mecánica de sólidos.

Sin embargo, la MF es una asignatura más complicada, porque en el caso de los sólidos se trata de elementos tangibles y separados, mientras que con los fluidos no hay elementos separados que se puedan distinguir”.



Fig. 1.10 se muestra el movimiento de una pelota y su resistencia al movimiento.

APLICACIONES DE LA MECANICA DE FLUIDOS

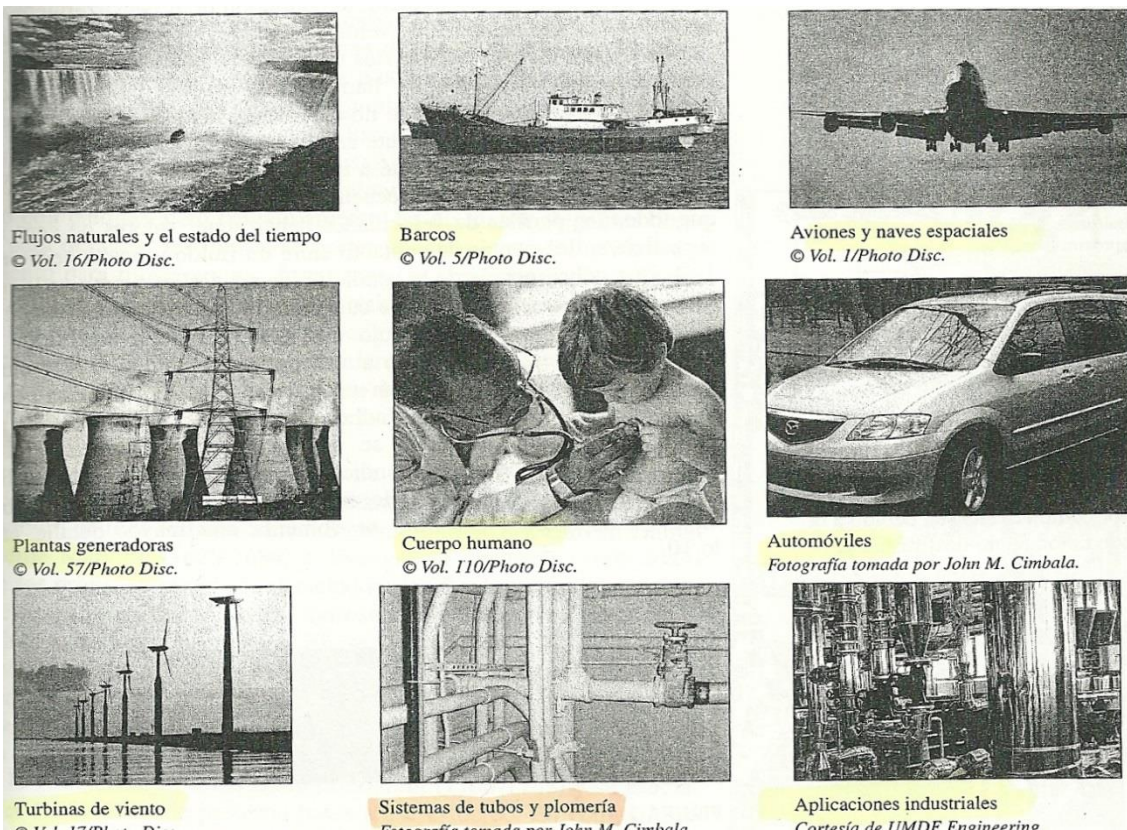


Fig. N° 1.11. Se muestra las diversas aplicaciones que tiene la mecánica de fluidos.

1. 6 Tipos de fluidos

Para simplificar su descripción se considera el comportamiento de un fluido ideal cuyas características son las siguientes:

- Ideal ó No Viscoso

- Real ó Viscoso

FLUIDOS REALES

Flujo que presenta resistencia (esfuerzo cortante) al movimiento, los esfuerzos cortantes solo existen cuando el fluido está en movimiento y cuando el fluido sea viscoso. La viscosidad es una característica exhibida por todos los flujos reales. (Práctica **de laboratorio**).

a.-Fluido viscoso: Se considera la fricción interna entre las distintas partes del fluido. El movimiento de un fluido real es muy complejo.

b. -Flujo rotacional: presenta turbulencia

C.- Flujo irrotacional: No presentan torbellinos, es decir, no hay momento angular del fluido respecto de cualquier punto.

d.-Fluido no viscoso: Se desprecia la fricción interna entre las distintas partes del fluido.

e.-Fluido incompresible: La densidad del fluido permanece constante con el tiempo.

f.- Flujo estacionario: La velocidad del fluido en un punto es constante con el tiempo.

g.-Flujo uniforme: Implica que no hay cambio sobre una región específica.

h.-Flujo transitorio: Se aplica a los fluidos en desarrollo, ejemplo cuando se dispara un cohete.

i.-Flujo periódico: Se refiere a la clase de flujo no estacionario, en el cual este oscila en torno a una media estacionaria.

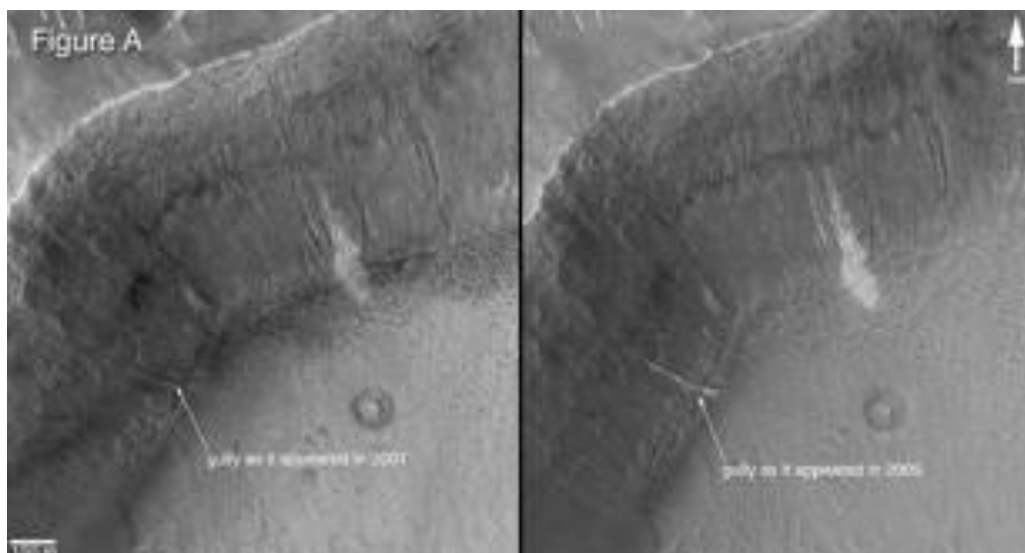


Fig. N° 1.12 Se muestra algunas características de un fluido.

1.7 Métodos de Análisis

Para explicar y poder predecir el comportamiento del fluido es esencial estudiar y aplicar las leyes y principios que describen el comportamiento de las propiedades físicas de los fluidos ante diferentes condiciones y estados como son:

- **Principio de conservación de la materia:** Ecuación de continuidad.
- **Principio de conservación de cantidad de movimiento:** 2da. Ley de Newton.
- **Principio de conservación de la energía:** 1ra. Ley de la Termodinámica. $E_{entra} - E_{sale} = \Delta E_{sistema}$
- **Principio de entropía:** 2da. Ley de la termodinámica.
- **Ecuación de estado del gas ideal:** Describe las propiedades de los fluidos.

1.8 Dimensiones y sistemas de unidades:

En cualquier trabajo técnico es necesario indicar las unidades en que se miden las propiedades físicas.

Masa (m): Propiedad de un cuerpo de fluido que se mide por su inercia o resistencia a un cambio de movimiento. Es también una medida de la cantidad de fluido.

Peso (W = m.g): Fuerza con la que el cuerpo es atraído por la tierra por la acción de la gravedad.



Fig. N° 1.13 se muestra la diferencia entre el peso y una masa.

En mecánica de fluidos las cantidades se expresan en cuatro dimensiones básicas:

	S.I	S.B
F: FUERZA	Newton (N)	Libra (lb)
M: MASA	Kilogramo (Kg)	Slug
L: LONGITUD	Metro (m)	pie
T: TIEMPO	Segundo (s)	Segundo (s)

Tabla N°1.2 las dimensiones básica de un fluido.

De donde:

S.I: Sistema Internacional de Unidades; **S.B:** Sistema Británico de Unidades.

La temperatura es una dimensión básica independiente. Las otras cuatro se relacionan mediante la segunda ley de movimiento de Newton: Tres dimensiones son suficientes para describir una cantidad física en Mecánica Newtoniana

1.9 El fluido como un continuo: Se considera que el fluido es continuo a lo largo del espacio que ocupa, ignorando por tanto su estructura molecular y las discontinuidades asociadas a esta. Con esta hipótesis se puede considerar que las propiedades del fluido (densidad, temperatura, etc.) son funciones continuas.

La forma de determinar la validez de esta hipótesis consiste en comparar el camino libre medio de las moléculas con la longitud característica del sistema físico.

El modelo del continuo supone que la estructura molecular es tan pequeña en relación con las dimensiones consideradas en los problemas de interés práctico, que se puede ignorar. Cuando se emplea el modelo del continuo, un fluido se describe en función de sus propiedades, las cuales representan características promedio de su estructura molecular.

El fluido a estudiar debe ser suficientemente denso para poder considerarse como un medio continuo. De esta manera supondremos que: la densidad, presión, velocidad, aceleración, y otras propiedades, varían continuamente a través de todo el fluido (constante).

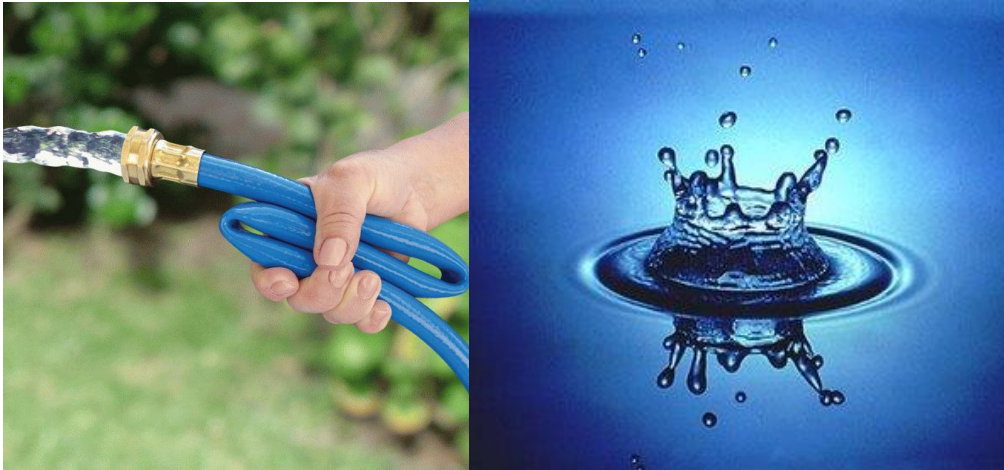


Fig. N° 1.14 se muestra al fluido como un continuo.

1.10 Propiedades de los fluidos:

Densidad (ρ): Es la medida de concentración de la masa y se expresa en términos de masa (m) por unidad de volumen (V). Depende de la presión, temperatura y del porcentaje de materia extraña presente.

$$(1.2) \quad \rho = \frac{m}{V} \text{ en un punto}$$

(Unidades: Kg/m³, slug/pie³)

En el laboratorio se determina mediante el **picnómetro** de Bingham y el picnómetro bicapilar de Lipkin.

a 4°C, el agua tiene su densidad más alta $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3 = 1000 \text{ N.s}^2/\text{m}^4$

a 20°C y 1 atm, las propiedades de algunos fluidos son:

Fluido	ρ Kg/m ³ ó N.s ² /m ⁴	μ N.s/m ²
Aire	1.204	$18.2 \cdot 10^{-6}$
Agua	998.2	$1.002 \cdot 10^{-3}$
Agua de mar	1025	$1.07 \cdot 10^{-3}$
Hielo	915.4	
Aceite para motor SAE 30	917	0.29
Etanol	798	
Acero	7850	
Mercurio	13550	$1.56 \cdot 10^{-3}$

Tabla N° 1.3 se muestra los valores de la densidad y viscosidad de los fluidos

Volumen específico (ve): Es el inverso de la densidad y se define como el volumen ocupado por la unidad de masa del fluido.

Para un gas ideal:

$$v_e = \frac{1}{\rho} \quad (1.3)$$

Peso específico (γ): Es la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia. Se emplea en estudios de líquidos en reposo y líquidos que presentan superficie libre.

(Unidades: Kg/m³, N/m³, lbf /pie³) $\gamma = \rho \cdot g$ $\gamma = W / V$

$$(1.4)$$

Gravedad específica (S), (s.g): Relación entre densidad ó peso específico en relación con el peso específico ó densidad del agua a 4°C, a esta temperatura el agua tiene su densidad más alta. $S = \frac{\rho_{sus}}{\rho_{h2o}} = \frac{\gamma_{sus}}{\gamma_{h2o}}$ (1.5)

a 4°C, el agua tiene los valores siguientes:

	Internacional	S. Británico
γ	1000 Kg-f/m ³ 9.81 KN/ m ³	62.4 lbf/ pie ³
ρ	1000 Kg/ m ³ 1000 N.s ² /m ³	1.94 slug/ pie ³

Tabla N°1.4 se muestra los valores de la densidad y peso específico de los fluidos, para el SI y SB.

Presión (P): Es la fuerza ejercida (esfuerzo normal) sobre un área unitaria de superficie del fluido.

$$P = F/A$$

Blasius Pascal en el siglo XVII, describió dos importantes principios acerca de la presión:

- En un punto de un fluido en reposo, la presión es isotrópica (igual en todas direcciones) y es llamada *presión hidrostática*.
- En un fluido confinado entre fronteras sólidas, la presión actúa perpendicularmente a la frontera.

Unidades: N/m², Kgf/m², Pa, lbf/pulg, Bar.

El principio de Pascal o ley de Pascal: Es el incremento de presión aplicado a una superficie de un fluido incompresible (líquido), contenido en un recipiente indeformable, se transmite con el mismo valor a cada una de las partes del mismo.

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera

con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión.

También podemos ver aplicaciones del principio de Pascal en las prensas hidráulicas.

Modulo Volumétrico de Elasticidad (K ó E)

La fuerza debida a la presión comprime la partícula del fluido. Este tipo de deformación se llama deformación volumétrica: $\frac{\Delta V}{V}$. El cambio de presión que se necesita para producir este cambio se relaciona con el Modulo Volumétrico de Elasticidad K:

Ejm:

$$K = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = -\frac{dP}{dV/V} = -\frac{dP}{d\rho/\rho} \quad (1.6)$$

K h₂O = 316000 lbf/pulg² ó 300000 psi ó 2179 MN/m² ó 2179 MPa

K alcohol etílico = 130000 lbf/pulg² ó 896 MN/m² ó 896 MPa

Como la compresibilidad del agua es grande suponemos que el agua es incompresible, excepto en los problemas de ariete o golpe hidráulico.

Tensión superficial (σ): Se denomina tensión superficial de un líquido a la cantidad de energía necesaria para aumentar su superficie por unidad de área. Esta definición implica que el líquido tiene una resistencia para aumentar su superficie, la fuerza de tracción que causa esta tensión actúa paralela a la superficie, y se debe a las fuerzas de atracción entre las moléculas del líquido. La magnitud de esta fuerza por unidad de longitud se llama tensión superficial.

σ: Coeficiente de tensión superficial

Unidades: N/m, lbf/pie

σ ∝ 1/T σ = f (T y fluido)

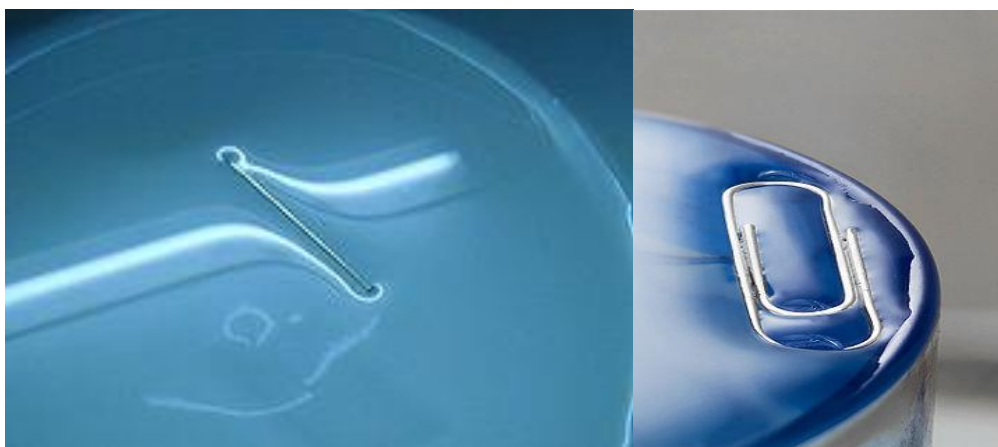


Fig. N° 1.15 se muestra la tensión superficial en los fluidos.

Valores típicos de las propiedades de fluidos:

Propiedad	Designación	Unidades	Valores	
			Agua	Aire
Masa específica	P	kg/m ³	1	1,2
Viscosidad	β	g/ms	1,0	0,02
Calor específico	Cp	J/kg°K	4.2	1.008
Presión de vapor (20°)	Pv	bar	0,023	-
Tensión Superficial.	σ	mN/m	72,8	-

Tabla N° 1.5 se muestra los valores Valores típicos de las propiedades de fluidos.

Capilaridad: La capilaridad es una propiedad de los fluidos que depende de su tensión superficial la cual a su vez, depende de la cohesión del líquido y que le confiere la capacidad de subir o bajar por un tubo capilar.

Propiedad de atraer un cuerpo sólido y hacer subir por sus paredes hasta cierto límite el líquido que las moja, como el agua, y de repeler y formar a su alrededor un hueco o vacío con el líquido que no las moja, como el mercurio. Se debe tanto a las fuerzas cohesivas de las moléculas del líquido como a las fuerzas adhesivas de las moléculas del líquido a un sólido.

La capilaridad se expresa como la altura de elevación o depresión del líquido.

La ley de jurin: Define la altura que se alcanza cuando se equilibra el peso de la columna de líquido y la fuerza de ascensión por capilaridad. La altura h en metros de una columna líquida está dada por la ecuación:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r} \quad (1.7)$$

De donde:

σ = tensión superficial interfacial (N/m)

θ = ángulo de contacto

ρ = densidad del líquido (kg/m³)

g = aceleración debida a la gravedad (m/s²)

r = radio del tubo (m)

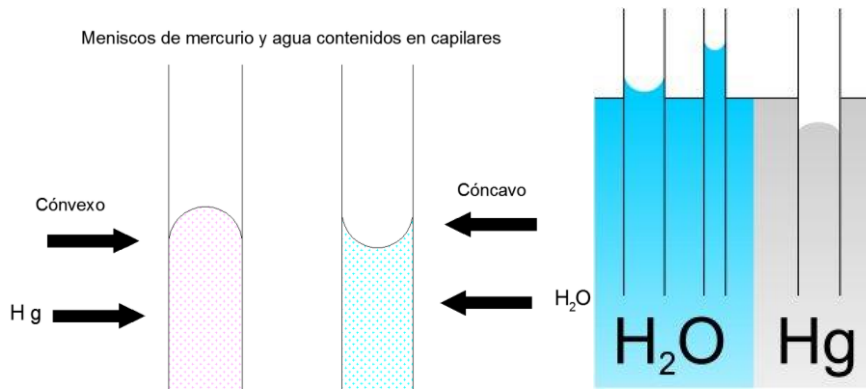


Fig. N° 1.16 se muestra las variaciones de la capilaridad en un fluido.

Viscosidad de los fluidos: Decimos que es la propiedad del fluido que ofrece resistencia al movimiento relativo de sus moléculas (fuerzas interiores). La pérdida de energía debido a la fricción en un fluido que fluye se debe a su viscosidad.

Viscosidad Absoluta ó Dinámica (μ): En la figura se muestra una capa delgada de fluido situada entre dos superficies, una de las cuales está estacionaria, mientras que la otra se está moviendo:

Debido al principio de adherencia el fluido adquiere la velocidad de la frontera con que limita.

Al moverse el fluido, se desarrolla en él un esfuerzo cortante (τ), cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido y del gradiente de velocidad. El esfuerzo cortante se puede definir como la fuerza requerida para deslizar una capa de área unitaria de una sustancia sobre otra capa de la misma sustancia, teniendo unidades similares a la presión.

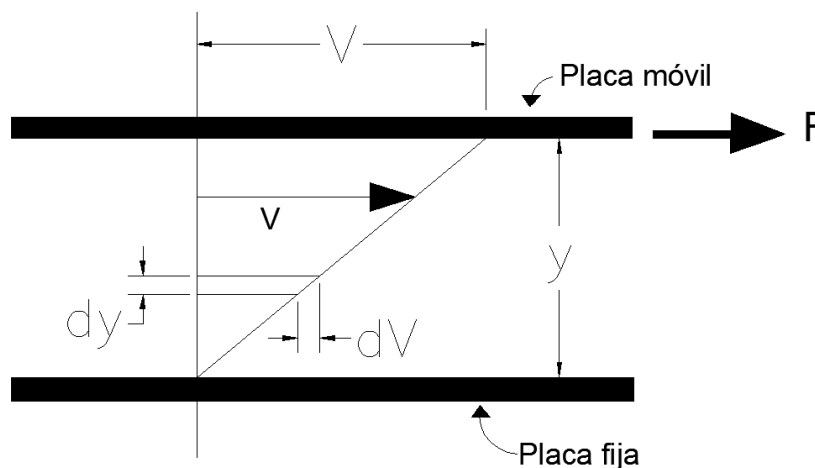


Fig. N° 1.17 se muestra las variaciones de la viscosidad entre dos placas.

“Ley de viscosidad de Newton” o Ley de fricción de los fluidos: El esfuerzo cortante (τ) es directamente proporcional al gradiente de velocidad.

τ : esfuerzo cortante [N/m², Pa, kgf/m²]

μ : Viscosidad absoluta o viscosidad dinámica del fluido, se define también como la resistencia al movimiento debido principalmente a fuerzas interiores

$\frac{\Delta u}{\Delta y}$: gradiente de velocidad (velocidad de deformación ó rapidez de corte) [1/s].

Unidades de la viscosidad:

S.I : Pa, XSB : Poise

Ej: agua a T = 20°C, $\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

Viscosidad cinemática: Razón entre la viscosidad absoluta y la densidad.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.8)$$

(Unidades: 1stoke = 1cm²/s = 1.076 E-3 pie²/s)

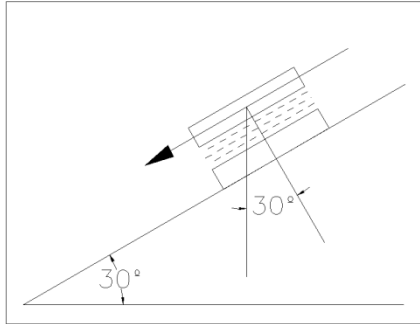
La viscosidad absoluta y cinemática de los líquidos varían con la temperatura pero es relativamente insensible a la presión (a menos que alcance valores elevados).



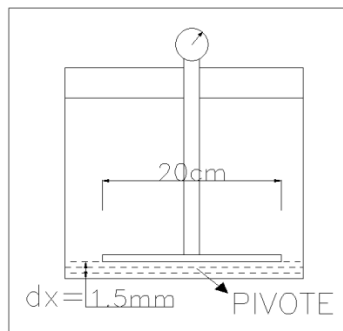
Fig. N° 1.18 se muestra las variaciones de la viscosidad en un fluido.

PROBLEMAS PROPUESTOS

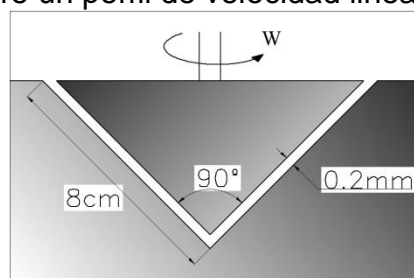
1. Dos láminas de 0.6×1.20 y 1 cm de espesor, están inclinadas 30° respecto a la horizontal y se encuentran separados por un centímetro de aceite espeso de viscosidad igual a 3 poises. Si la lámina superior, que debe deslizarse sobre la inferior, mientras esta permanece fija, se ejerce una fuerza tangencial que es el doble de W (kg). Como se indica en la figura adjunta. ¿Cuál será la velocidad de deslizamiento (pies/s), si la GE del acero es de 7.8?



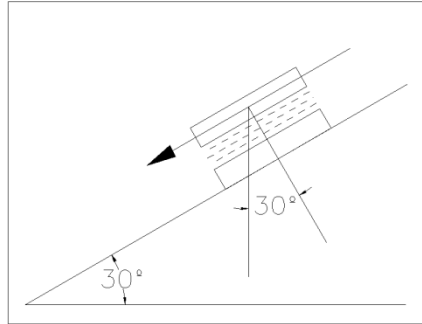
2. En el viscosímetro que se muestra en la figura adjunta. El líquido que rellena el espacio entre las dos superficies paralelas tiene una viscosidad absoluta de $0.014 \text{ kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$. Si la separación entre los contornos es de 1.5 mm y el disco de 20 cm de diámetro gira a razón de 600 rpm, cuál sería el valor del torque (joule), que se obtiene en el eje sobre el pivote.



3. Calcule el momento torsor (joule), necesario para hacer girar el cono mostrado en la figura adjunta, a 4000 rpm si el aceite SAE -30 a 40°C , llena el hueco. Considere un perfil de velocidad lineal.



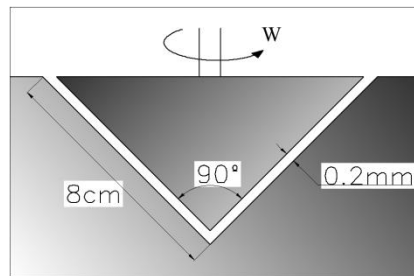
4. Dos láminas de 1.80*5.90 pies y 2 cm de espesor, están inclinadas 30° respecto a la horizontal y se encuentran separados por dos centímetros de aceite espeso de viscosidad igual a 15 poises. Si la lámina superior, que debe deslizarse sobre la inferior, mientras esta permanece fija, se ejerce una fuerza tangencial igual al peso. ¿Cuál será la velocidad de deslizamiento (m/s), si la densidad del acero es de 7.8 gr/cm³?



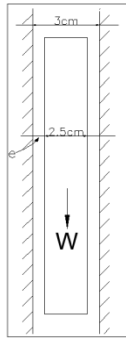
5. Que resistencia se produce cuando se mueve aceite que tiene una viscosidad (μ), a través de una tubería de D, de diámetro y que tiene una longitud L y una velocidad Vm?. Si el peso específico del aceite es (Y)

$$V = -\frac{\beta}{4\mu} \left(\frac{D^2}{4} - r^4 \right) \beta = \frac{32Q}{D^6 \pi^2}$$

6. Calcule el momento torsor (joule), necesario para hacer girar el cono mostrado en la figura adjunta, a 8450 rpm si el aceite SAE -30 a 40°C, llena el hueco. Considere un perfil de velocidad lineal

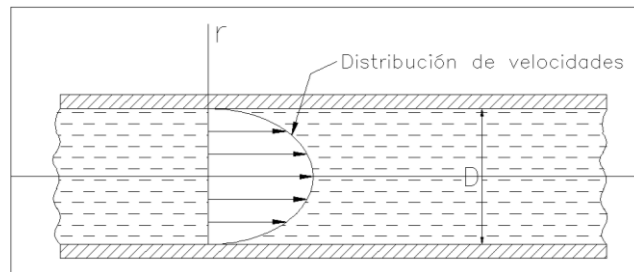


7. Una varilla cilíndrica de 2.5 cm de diámetro y 1 de largo es dejada caer dentro de un tubo de 3 cm de diámetro interior conteniendo viscosidad igual a 2 poises. Con que velocidad resbalara la varilla. La variación de la velocidad de la masa líquida puede considerarse lineal. Densidad relativa del metal de la varilla: 7.0



8. La figura adjunta representa una corriente de agua por una tubería. Si la distribución de velocidades en una sección viene dada matemáticamente por:

$$V = \frac{\beta}{4\mu} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right)$$



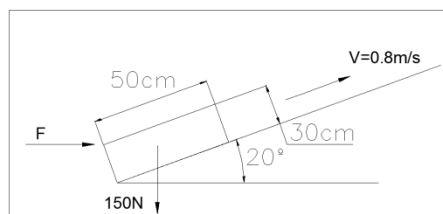
De donde:

$\beta, D =$ constantes

$r =$ distancia radial al eje

$V =$ velocidad a la distancia r del eje?

9. Se debe mover un bloque de 50cm x 30cmx20cm que pesa 150 N a una velocidad constante de 0.8 m/s sobre una superficie inclinada con un coeficiente de fricción de 0.27. a) determine la fuerza F necesaria a aplicar en la dirección horizontal. b) si se aplica una película de aceite de 0.4 mm de espesor, con una viscosidad dinámica de 0.012 Pa*s entre el bloque y la superficie inclinada, determine el porcentaje de reducción en la fuerza necesaria.



10. Un disco horizontal de 6 pulg. Gira a una distancia de 0.08 pulg sobre una superficie sólida. Agua a 60 °F, llena el hueco. Calcule el momento torsional requerido para hacer girar el disco de 400 rpm.

11. La distribución de velocidad en un tubo de 2 cm de diámetro está dada por (m/s)

$$u(r) = 16\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

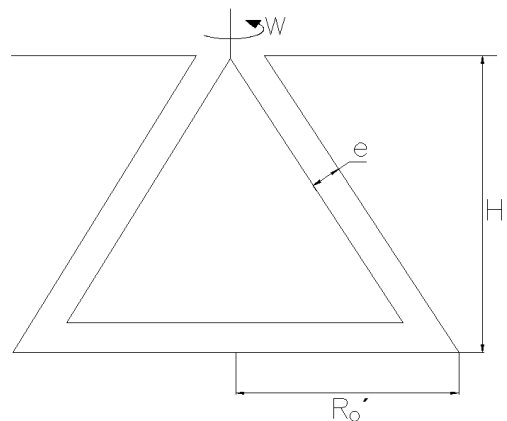
Donde r_0 es el radio del tubo. Calcule el esfuerzo cortante en la línea de eje en $r=0.25$ cm, y en la pared si el agua fluye a 20°C .

12. La distribución de velocidad en un tubo de 4 cm de diámetro que transporta agua a 20°C , está dada por:

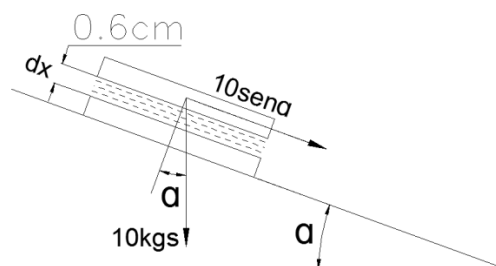
$$u(r) = 10(1 - 2500r^2)$$

El esfuerzo cortante en la pared es de aproximadamente.

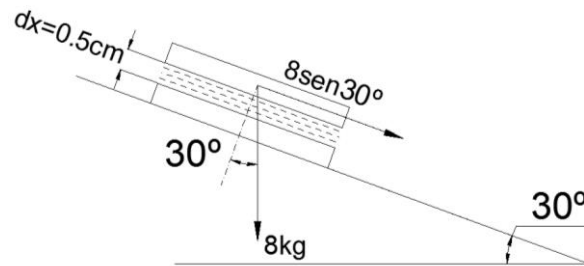
13. Hallar el coeficiente μ del fluido contenido en el viscosímetro mostrado. Si hay que aplicarle una potencia P para mantenerlo girando a una velocidad $w = \text{cte}$. Dicho aparato es cónico y la distancia entre el fondo y las paredes es "e", la altura y radio interno son H y R_0 respectivamente.



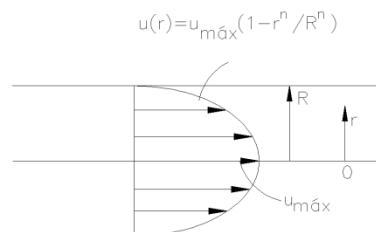
14. Dos laminas rectangulares de 1.5×1.2 m, están separados por una película de aceite de 0.6 cm de espesor. Cuando las láminas están inclinadas cierto ángulo con la horizontal (estando la lámina inferior fija), se determina que la lámina superior cuyo peso es de 0.2 m/s. si la viscosidad del aceite es de 14.2 poises ¿Cuál es el ángulo de inclinación?



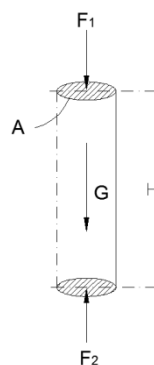
15. Dos laminas rectangulares (planas) de 1.20x1.00 metros, están separados por una película de aceite de 0.5 cm de espesor. ¿Cuál será la viscosidad del aceite en el sistema británico, cuando las láminas están inclinadas 30° con la horizontal? (estando la lámina inferior fija). La lámina superior cuyo peso es de 8 kgs. Se desliza sobre la lámina inferior a una velocidad de 0.4 m/s.



16. Considere el flujo de un fluido con viscosidad μ por un tubo circular. El perfil de velocidad en el tubo se expresa como: $u(r) = u_{max} \left(1 - \frac{r^n}{R^n}\right)$, en donde la u_{max} es la velocidad máxima de flujo, la cual se tiene en la línea central; r es la distancia radial desde la línea central y $u(r)$ es la velocidad de flujo en cualquier posición r . desarrolle una relación para la fuerza de arrastre ejercida sobre la pared del tubo por el fluido en la dirección del flujo, por unidad de longitud del tubo.

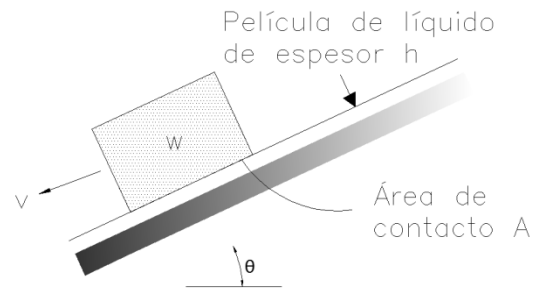


17. La masa de todo el aire atmosférico contenido sobre un área de 1 m² ha de ser encerrado en un volumen esférico. Calcule el diámetro de la esfera si el aire está en condiciones estándar.

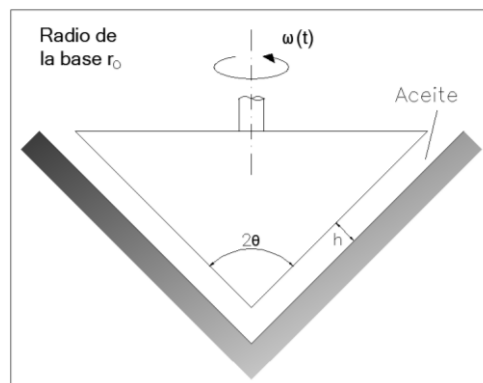


18. Un bloque cuyo peso es W se desliza sobre un plano inclinado lubricado por una película de aceite, como se muestra en la figura

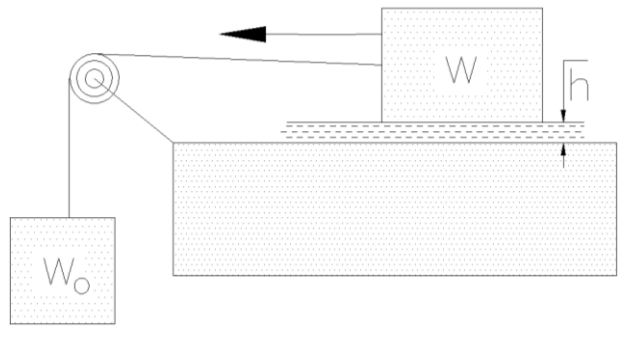
adjunta. La superficie de contacto del bloque es A y el espesor de la película de aceite, h . Suponiendo una distribución lineal de velocidad en el aceite, halle una expresión para la velocidad "límite" V (aceleración nula) del bloque. Calcule la velocidad límite del bloque si la masa del mismo es de 6 kg, además: $A=35 \text{ cm}^2$, $\theta = 15^\circ$ y la película lubricante es de aceite SAE 30 a 20° C y tiene 1 mm de espesor.



19. Un cono sólido de ángulo 2θ , radio de la base r_0 y densidad ρ_c está girando con una velocidad angular $\omega(t)$ en su asiento cónico, como se muestra en la figura adjunta. La holgura h entre ambos se llena con aceite de viscosidad μ . Despreciando la resistencia del aire, derive una expresión analítica para la velocidad angular del cono $\omega(t)$ si no hay par aplicado.



20. Un bloque de peso W se desliza sobre una superficie por acción de otro peso W_0 , como se muestra en la figura adjunta. Encuentre una fórmula algebraica para la velocidad estacionaria U si el bloque se desliza sobre una película de aceite de espesor h y viscosidad μ . El área de contacto entre el bloque y el aceite es A . desprecie el peso de la cuerda y la fricción en la polea. Asuma el perfil de velocidad lineal en el aceite.



II. ESTÁTICA DE FLUIDOS: HIDROSTÁTICA

Introducción: Hay varias razones para hacer un análisis de la estática de los fluidos; el uso de métodos para analizar problemas bastante sencillos sobre la estática de los fluidos facilitara el manejo de técnicas analíticas que puedan aplicarse a problemas más complejos. Sabemos de la existencia de un gran número de dispositivos para medir la presión que *dependen de la transmisión de fuerzas de presión a través de fluidos estáticos*. Pero lo más importante de este tema, es la revisión de las aplicaciones de la estática de fluidos, en la determinación de las presiones.

2.1 Definición: Estudia los fluidos en reposo es decir en las que no existe el movimiento ó desplazamiento de una masa líquida ó capa de fluido con relación a la adyacente, por lo tanto no existen esfuerzos cortantes en el fluido (τ), sino solamente tensiones ó esfuerzos normales a las superficies (σ_n).

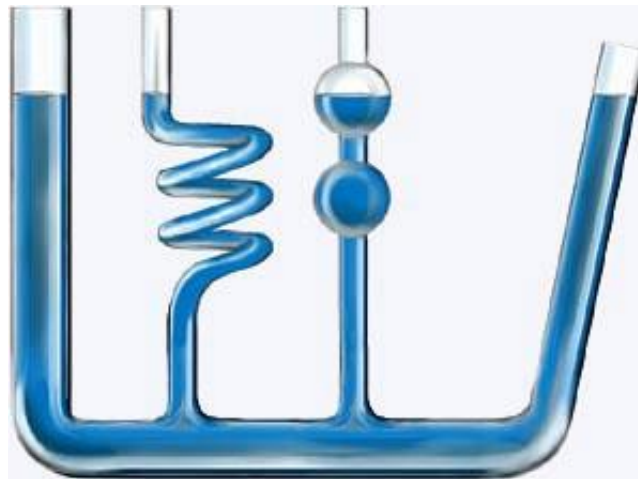


Fig. N° 2.1 se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

2.1.1 Presión Hidrostática: *Fuerza que actúa por unidad de área* según la normal hacia la superficie que delimita un volumen infinitamente pequeño, en el seno de un fluido en reposo. La presión en un punto es la misma en todas las direcciones

Gradiente de Presión (∇P): Es la derivada direccional, tomada en la dirección en que P varía más rápidamente.

Matemáticamente es la relación que nos indica la variación de la presión con respecto a las coordenadas de un determinado sistema:

$$\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \hat{k} \quad (2.1)$$

2.1.2 Ecuación Básica de la Hidrostática: *Las Fuerzas que actúen sobre las partículas de un fluido, se dividen en:*

- **Fuerzas Superficiales:** Fuerzas de presión debido al contacto directo con otras partículas fluidas o paredes sólidas, dirigidas normalmente hacia el área sobre la cual actúan (σ_n), así como las fuerzas de rozamiento interno que son tangenciales (τ).
- **Fuerzas de Masa ó fuerzas internas:** Son las que actúan sobre las fuerzas de gravedad y las de inercia. Las fuerzas de masa se caracterizan por las aceleraciones que ellas comunican a la unidad de masa.

Por estar en equilibrio:
$$\sum \bar{F} = \sum \bar{F}_M + \sum \bar{F}_s = 0 \quad (2.2)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{g}_e (\rho dV) + (-\nabla P dV) = 0 \quad (2.3)$$

Fluidos de densidad constante en un campo gravitacional

Supongamos un fluido con $\rho = \text{cte.}$ (flujo incompresible) en reposo respecto a un sistema coordenado rectangular de referencia

$$\Rightarrow \bar{g}_e = -g \hat{k}$$

$$\boxed{\nabla P = \rho \bar{g}_e} \quad (2.4)$$

Ecuación Básica de la Hidrostática

De la Ecuación Básica de la Hidrostática:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \hat{k} = \rho \bar{g}_e = -\rho g \hat{k}$$

P no varía en las direcciones X, Y sólo en Z:

$$\frac{dp}{dZ} = -\rho g$$

Integrando y haciendo $P = P_0$ para $Z = Z_0$:

$$P - P_0 = -\rho g (z - z_0) \quad (2.5)$$

Si $h = -(Z - Z_0)$ profundidad del fluido por debajo del nivel de referencia Z_0 .

(Ej. : Superficie de laguna o tanque)

$$P_{\text{man}} = \gamma h \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{man}} + P_{\text{atm}} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

Manometría: Es la técnica de medición de presiones, usando el principio de igual nivel igual presión, por medio de un manómetro ó un barómetro.

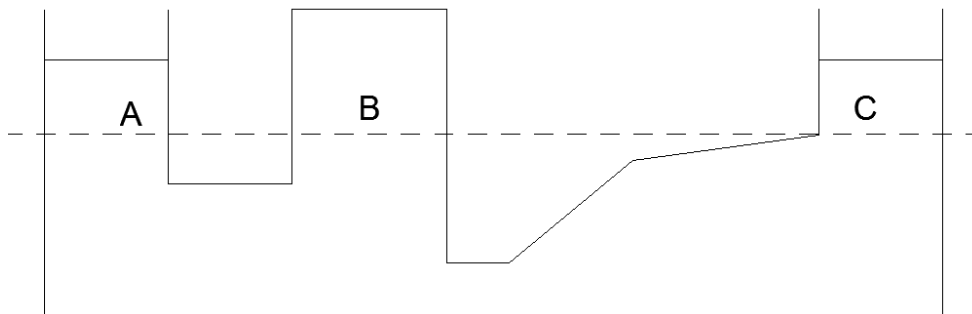


Fig. N° 2.2 se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

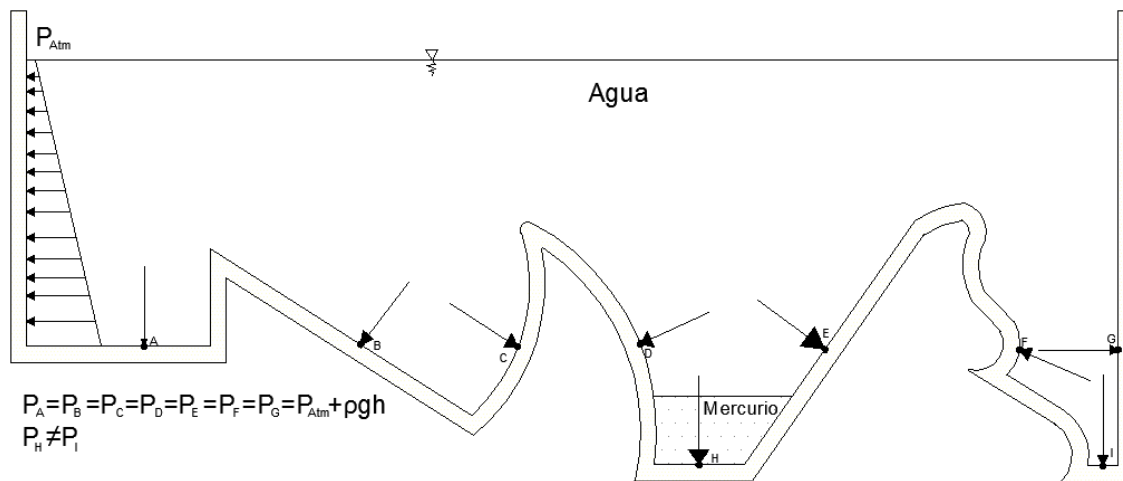


Fig.2.3 Se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

a. Presión absoluta o presión total: (Pabs): Presión que se mide en relación con el vacío perfecto. Es la suma de la presión relativa y la presión atmosférica:

Unid: Pabs, lb/pulg2 absoluta.

b. Presión manométrica o relativa (Pman): Presión que se mide teniendo como presión de referencia a la presión atmosférica.

Unid: Pman, lb/pulg2 relativa.

c. Presión atmosférica o barométrica (Patm): Es la presión que ejerce el aire atmosférico y es igual al peso del aire entre el área sobre el cual actúa.

La presión atmosférica varía con el lugar y las condiciones climatológicas. El intervalo normal de la presión atmosférica cerca de la superficie terrestre es aproximadamente de 95 KPa (abs) a 105 KPa (abs) o de 13.8 lb/pulg2 abs. A 15.3 lb/pulg2 abs.

Unid: 1atm = 14.69 lb/pulg² abs. 14.69 psi = 1.033 kgf/cm² = 29.92 pulg Hg = 760 mm Hg.

Cada habitante terrestre tiene sobre su cabeza una columna de aproximadamente 600 Km. de aire que presiona sobre él, llamada presión atmosférica.



Fig. N° 2.4 se muestra las variaciones de la altura en un sistema abierto.

Un vacío perfecto: Es la presión más baja posible. Por consiguiente una presión absoluta será siempre positiva.

Una presión manométrica que esté por encima de la presión atmosférica es positiva y cuando está por debajo de la presión atmosférica es negativa, se le conoce en ocasiones como presión de vacío.

2.2 Vasos comunicantes: La presión hidrostática no depende de la forma del recipiente. La presión solo depende de ρ y de h , la presión a cierto nivel de profundidad en cualquiera de los recipientes es la misma.



Fig. N° 2.5 se muestra las variaciones de los vasos comunicantes.

2.3 Prensa hidráulica: La ventaja que presentan los líquidos es que al transmitir Presiones, pueden multiplicar las Fuerzas aumentando el área sobre la cual se ejerce. Las presiones en los 2 émbolos son iguales:

$$P_2 = P_1 ; \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \quad (2.8)$$

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \quad (2.9)$$

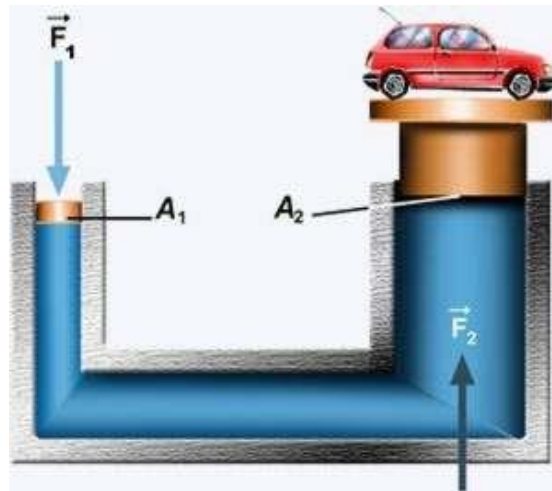


Fig.2.6 se muestra las variaciones de las secciones.

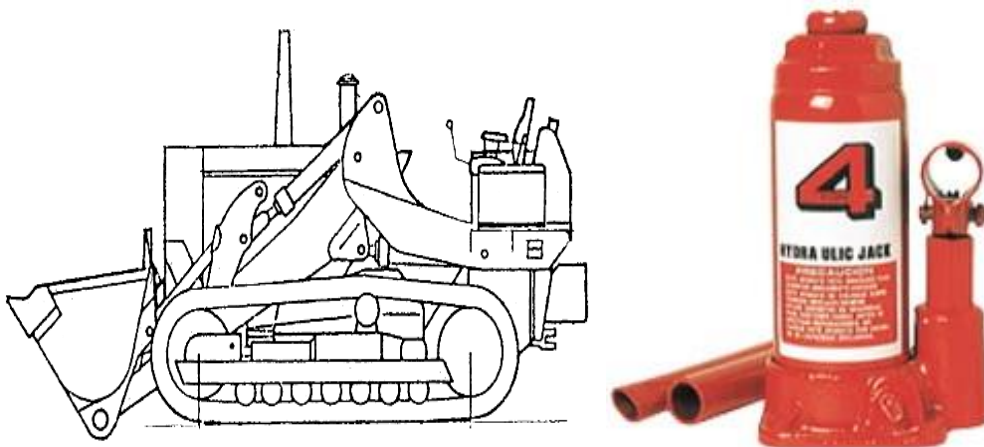


Fig. N° 2.7 se muestra las aplicaciones del concepto de la prensa hidráulica.

Manómetros: Son las que miden presiones relativas con respecto a un origen arbitrario que generalmente es la relación atmosférica (P_{man}).

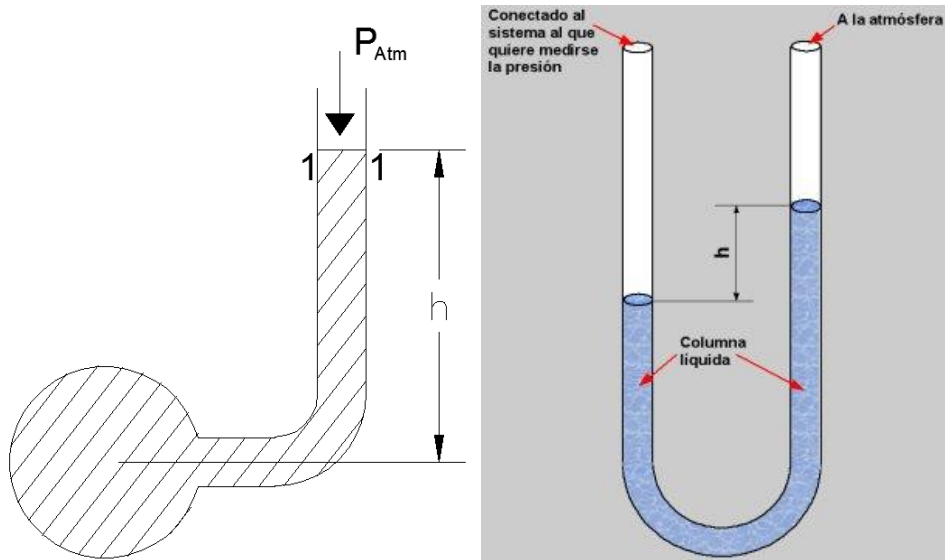


Fig. N° 2.8 se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

Utilizan la relación que existe entre un cambio de presión y un cambio de elevación en un fluido estático. De la ec. (2.6):

$$P_{man} = \gamma h \quad (2.10)$$

El tipo elemental de estos aparatos es el denominado tubo piezométrico, que consta de un simple tubo abierto, el cual se conecta por el extremo inferior del recipiente que contiene el líquido cuya presión se desea conocer.

El líquido llena parcialmente el tubo hasta alcanzar cierto nivel (1-1). La presión absoluta en A se deduce aplicando la ecuación:

Ó también:

$$P_A = P_{atm} + \gamma h \quad (\text{Presión absoluta}) \quad (2.11)$$

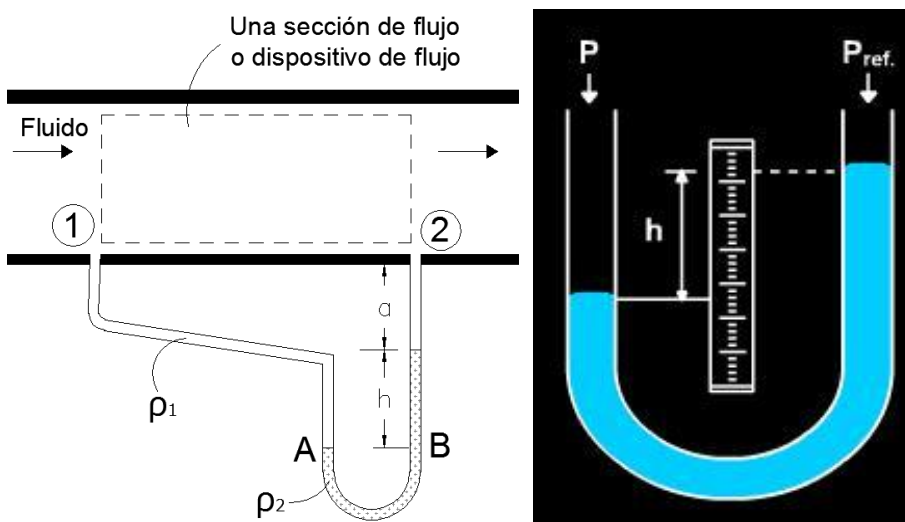


Fig. N° 2.9 se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

La altura h se denomina altura piezométrica. Los piezómetros sirven para medir presiones en tuberías con líquido en movimiento.

Para medir presiones comparativamente altas se emplean manómetros con líquido de peso específico elevado a fin de evitar que la columna manométrica alcance una altura exagerada.

Manómetros abiertos: Se utilizan para medir presiones mayores y menores que la atmosférica. Deben ser de rama invertida.

Sea el recipiente mostrado en el gráfico, lleno con un líquido sometido a presión, al que se le ha conectado un manómetro de mercurio. Podemos aplicar:

Manómetros diferenciales: Son manómetros cuya finalidad es determinar la diferencia de presiones entre dos fluidos.

Para establecer la diferencia de presión que existe entre A y E se aplica el criterio general

$$P_C = P_D \quad P_C = P_A + \gamma_1 h_1 + \gamma_m h_2 \quad P_D = P_E + \gamma_2 h_3$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 + \gamma_m h_2 = P_E + \gamma_2 h_3 \quad P_E - P_A = \gamma_1 h_1 + \gamma_m h_2 - \gamma_2 h_3$$

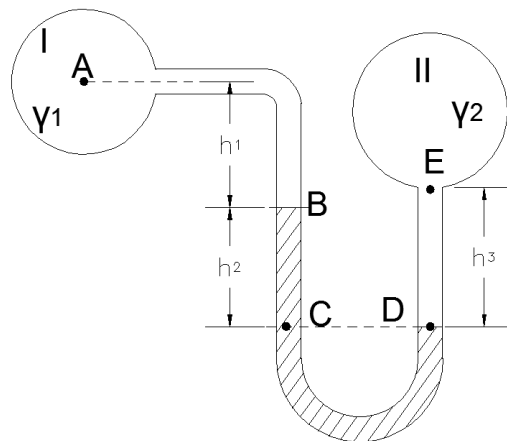


Fig. N° 2.10 se muestra las variaciones de la altura en un fluido estático.

En la que γ_1 y γ_2 son los pesos específicos de los líquidos contenidos en los recipientes I y II y γ_m del líquido manométrico.

2.4 Barómetros: Dispositivo que se utiliza para medir la presión atmosférica. En la figura se muestra un barómetro de Mercurio. En la parte superior del tubo se produce un vacío que se encuentra muy cercano al vacío casi perfecto, conteniendo vapor de mercurio a una presión de solamente 0.17 Pa a 20°C. Iniciando en este punto y escribiendo una ecuación parecida a la obtenida con los manómetros, tenemos:

$$0 + \gamma_m h = P_{atm}$$
$$P_{atm} = \gamma_m h \quad (2.12)$$

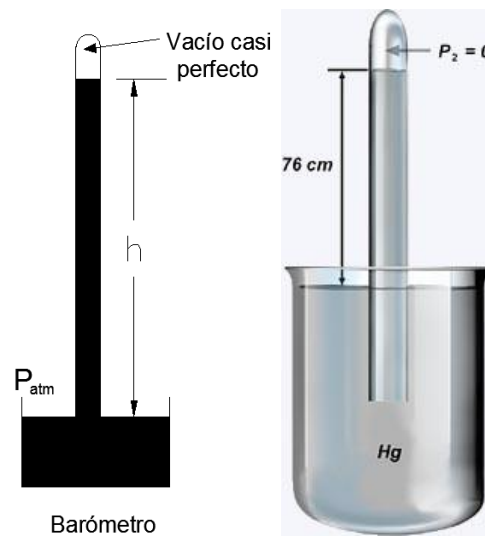
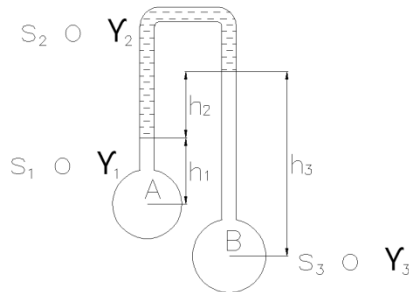


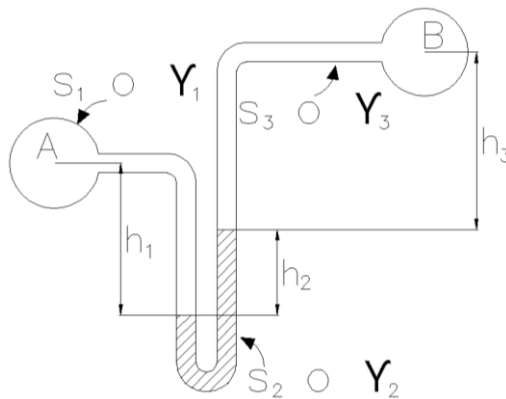
Fig. N° 2.11 se muestra las variaciones de la altura en un barómetro.

Problemas propuestos

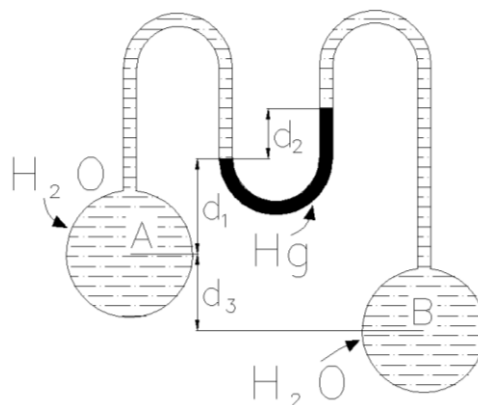
1. En la figura adjunta, si se sabe que $S_1=1.0$; $S_2= 0.95$, $S_3=1.0$; $h_1=h_2=280$ mm, y $h_3 = 1$ m, hallar P_A-P_B .



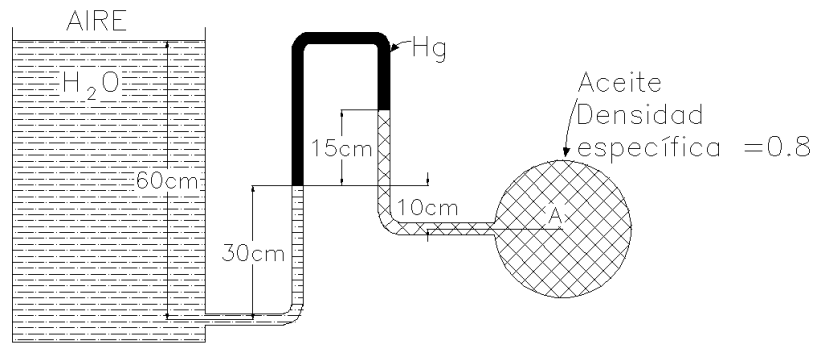
2. En la figura adjunta, si se sabe que $S_1=S_3= 0.83$; $S_2=13.6$, $h_1=150$ mm, $h_2=70$ mm, y $h_3 = 120$ m. (a) Encuentre P_A , si $P_B = 10$ psi, b) para $P_A=20$ psi y una lectura barométrica de 720 mm Hg, hallar P_B en metros de agua barométrica.



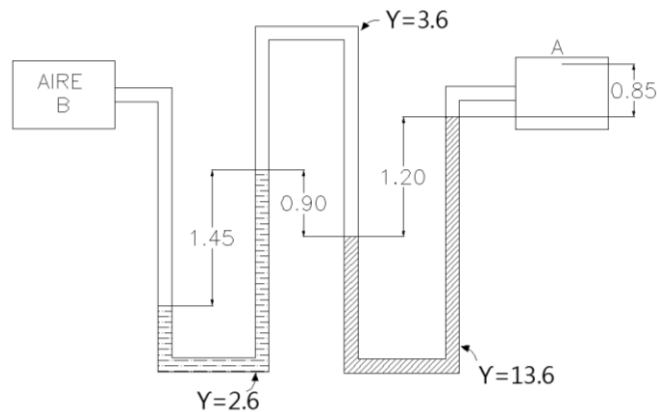
3. Cuál es la diferencia de presiones entre los puntos A y B de los depósitos de la figura adjunta.



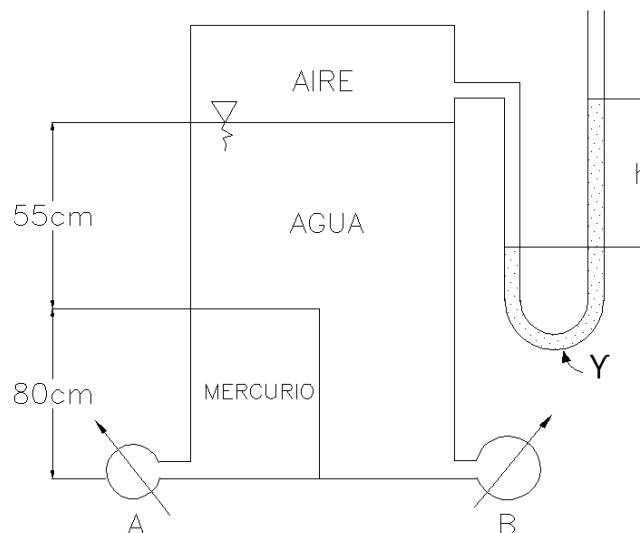
4. Cuál es la presión en A, de la figura adjunta.



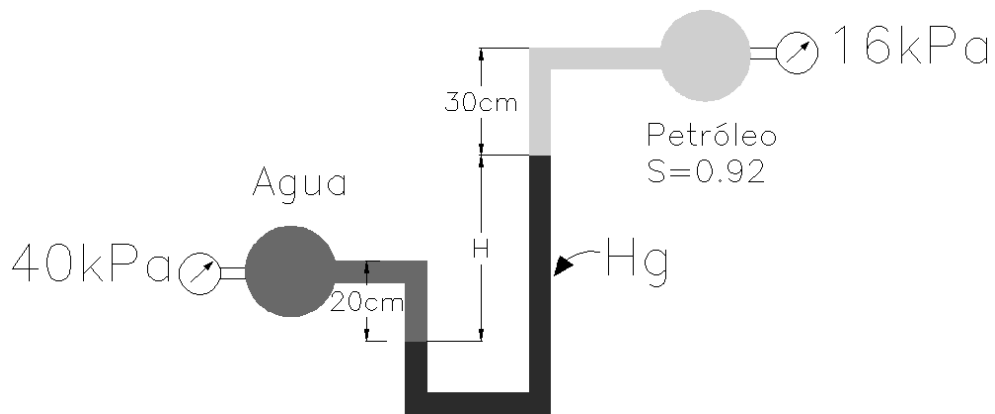
5. Cuál es la presión manométrica en el depósito B (Atmosferas), mostrado en la figura si el depósito contiene aire. $P_A = 50 \text{ Pa}$.



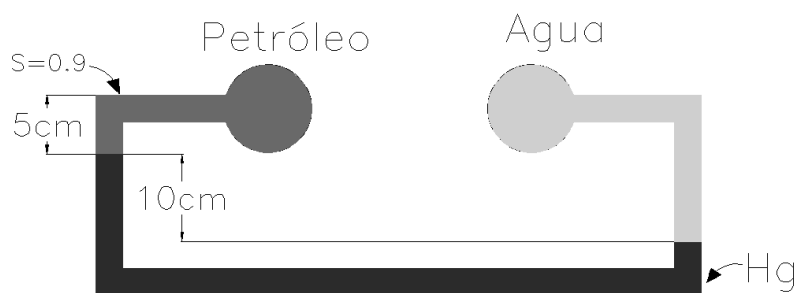
6. El manómetro A indica 147.885 Kpa . Hallar la lectura del manómetro B, en (Kg/cm^2) y la altura h (pulg), si $\gamma = 1.85 \text{ lb}/\text{pulg}^2$.



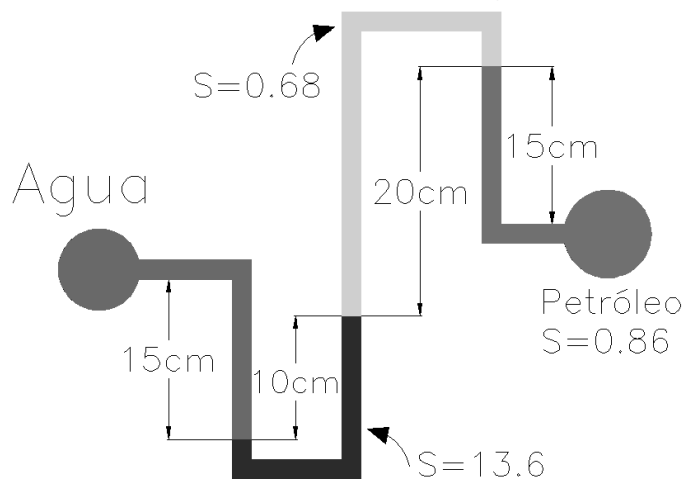
7. Para el montaje mostrado en la figura adjunta, calcule la lectura H , del manómetro.



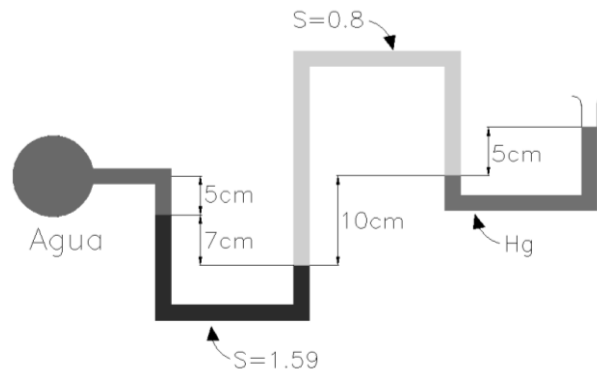
8. Para el montaje mostrado en la figura adjunta, calcule la diferencia de presión entre la tubería que transporta petróleo y la que transporta agua.



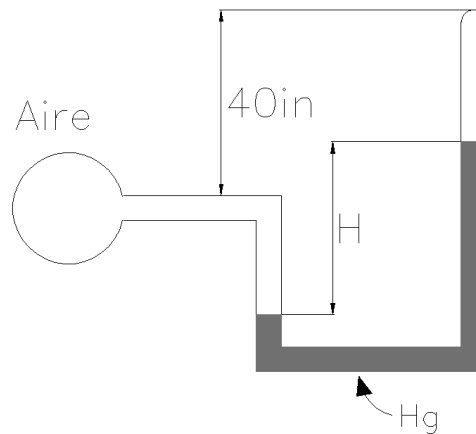
9. Determine la diferencia de presiones entre la tubería que transporta agua y la que transporta petróleo de acuerdo a la figura mostrada.



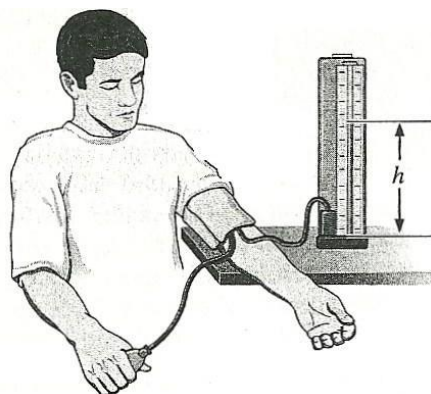
10. Calcule la presión de la tubería que transporta agua mostrada en la figura adjunta.



11. En la figura adjunta, con la parte superior del manómetro abierto el nivel del mercurio está a 8 pulg por debajo de la tubería que transporta aire, no hay presión en la tubería. La parte superior del manómetro luego se sella. Calcule la lectura H del manómetro correspondiente a una presión de 30 psi en la tubería que transporta aire suponga un proceso isotérmico para el aire en el tubo sellado

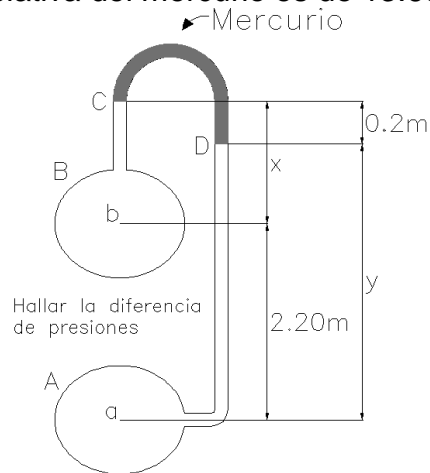


12. La presión sanguínea máxima en el antebrazo de una persona sana es de alrededor 120 mm Hg. Se conecta a la vena de un tubo vertical abierto a la atmosfera, en el brazo de una persona. Determine la altura (cm), hasta la que ascenderá la sangre en el tubo. Tomar la densidad de la sangre como 1050 kg/m³?

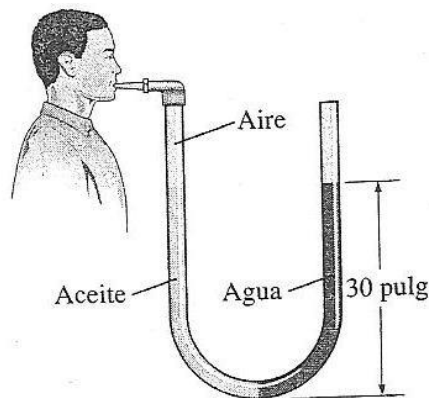


13. Dos vasos A y B, que contiene agua, están conectados por medio de un piezómetro diferencial de aceite. Si el punto m del vaso A, está a 2.0 m. por debajo del punto n del vaso B. Determinar la diferencia de presión entre ambos puntos, cuando el extremo superior de la

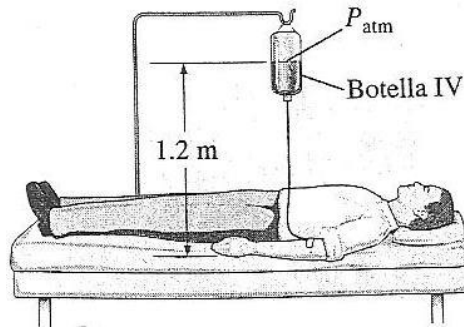
columna de agua en el tubo que entra a A, se halla a 0.20 m. por debajo del extremo superior de la columna de agua del tubo que entra a B. la densidad relativa del mercurio es de 13.60



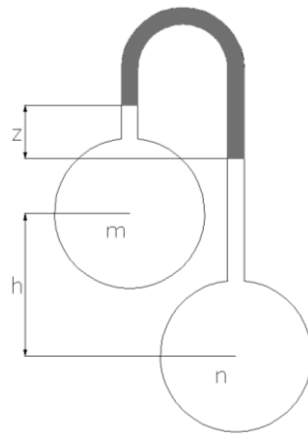
14. Considere un tubo en U, cuyas ramas están abiertas a la atmosfera. Ahora, se vierten volúmenes iguales de agua y aceite ligero ($\rho = 49.3 \text{ lbm/pies}^3$), en ramas diferentes. Una persona sopla por un lado del aceite hasta la superficie de contacto de los dos fluidos se mueven hasta el fondo del propio tubo y de este modo, los niveles de los líquidos en las dos ramas son los mismos. Si la altura del fluido en cada una de las ramas es de 30 pulg. Determine la presión manométrica (Kpa), que la persona ejerce sobre el aceite cuando sopla?



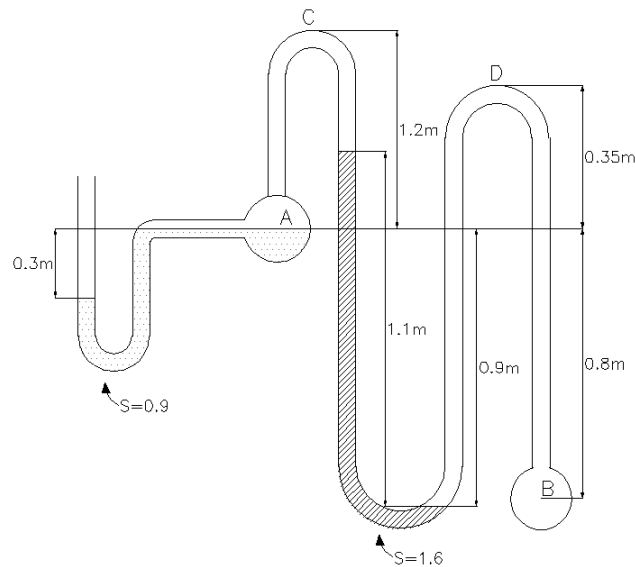
15. Las infusiones intravenosas suelen impulsarse por gravedad, cuando se cuelga la botella de fluido a una altura suficiente para contrarrestar la presión sanguínea en la vena y forzar ese fluido hacia el exterior del cuerpo. Cuando más alto se coloca la botella, mayor será el gasto del fluido. a) si se observa que se equilibran entre si las presiones, del fluido y la sangre cuando la botella está a 1.2 m de arriba del nivel del brazo, determine la presión sanguínea manométrica. b) si la presión manométrica del fluido a nivel del brazo es de 20 Kpa para tener un gasto suficiente, determine a qué altura debe colocarse la botella. Tomar la densidad del fluido como 1020 kg/m^3 ?



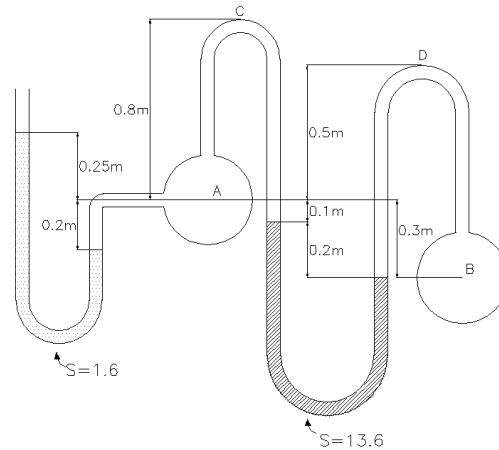
16. El agua que llena los dos vasos de la figura adjunta y una porción del tubo que los conecta, es separada por una cantidad de aceite cuya GE: 0.85. ¿Cuál será la diferencia entre las intensidades de las presiones en los puntos m y n?, para $h=1.20$ m y $z=0.25$ m



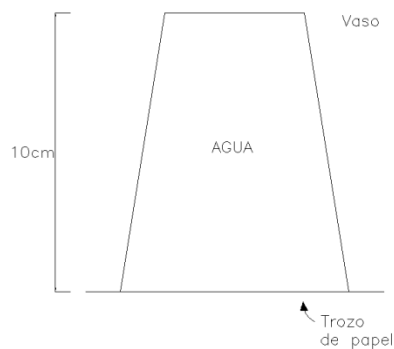
17. En la figura la densidad contiene aceite con GE: 0.9 y la tubería B, agua. Determinar la presión relativa en los puntos A, B, C, y D en kg/cm^2 .



18. Calcular la diferencia de presiones en kg/cm^2 , entre las secciones A y B de la tubería horizontal, por donde circula agua. El líquido del piezómetro es mercurio con GE: 13.6.

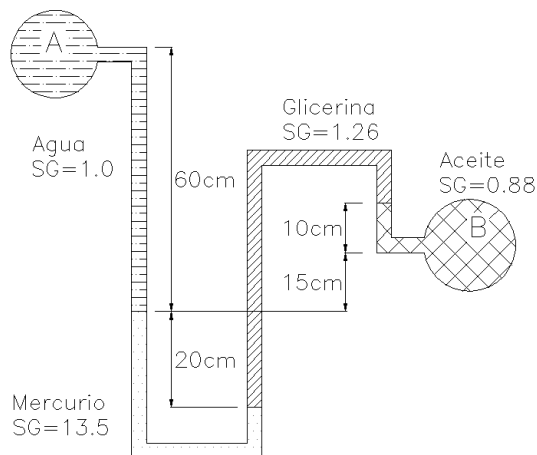


19. Durante mucho tiempo se utilizaba un sencillo experimento para demostrar como la presión negativa impide que el agua se derrame de un vaso invertido. Se invierte un vaso que está lleno por completo con agua y cubierto con un papel delgado, como se muestra en la figura adjunta. Determine la presión en el fondo del vaso y explique por qué no se derrama agua.



20. Se mide la diferencia de presión entre un tubo de aceite y uno de agua con un manómetro de doble fluido, como se muestra en la figura adjunta. Para las alturas y las gravedades específicas dadas de los fluidos. Calcule la diferencia de presiones

$$\Delta P = P_b - P_a$$



ESTÁTICA DE FLUIDOS: Fuerza sobre superficies planas y curvas:

Introducción: Hay varias razones para incluir un análisis de la estática de los fluidos; las aplicaciones de la estática de fluidos, sobre todo en la determinación de las presiones; puesto que gran número de dispositivos para medir la presión dependen de la transmisión de fuerzas de presión a través de fluidos estáticos.

2.5 Análisis de fuerza sobre superficies planas:

Las fuerzas distribuidas resultantes de la acción del fluido sobre un área finita pueden reemplazarse convenientemente por una fuerza resultante en lo que concierne a las reacciones externas al sistema de fuerza.

La magnitud de la resultante y su línea de acción (centro de presión), se determinan por integración, por fórmula y usando el concepto de prisma de presión.

$$dF = P dA \quad F = \int P dA$$

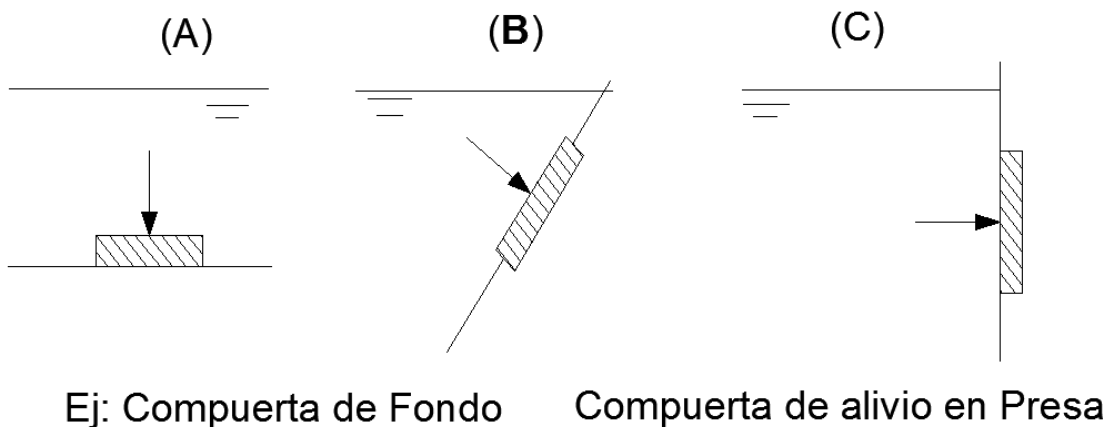


Fig. N°2.12 se muestra las fuerzas aplicadas en superficies planas.

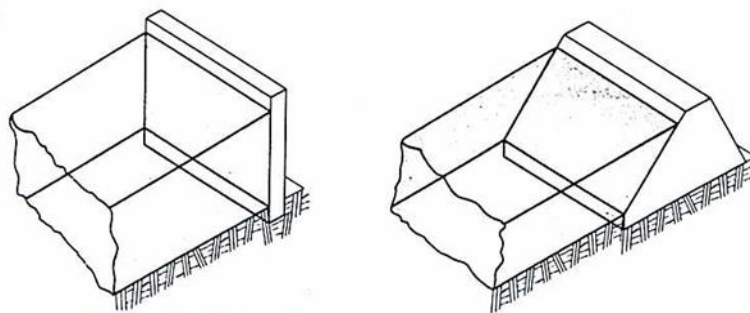


Fig.2.13 se muestra las fuerzas aplicadas en superficies planas inclinadas.

Para tener en cuenta:

- La fuerza en una superficie plana es la presión en el centroide multiplicada por el área.

- La fuerza en una compuerta rectangular con el borde superior al ras de la superficie del líquido, esta dos tercios hacia abajo.
- El centro de presión: es el punto donde actúa la resultante de las fuerzas.
- La fuerza resultante $F_h + F_v$, debe actuar a través de centro del arco circular.

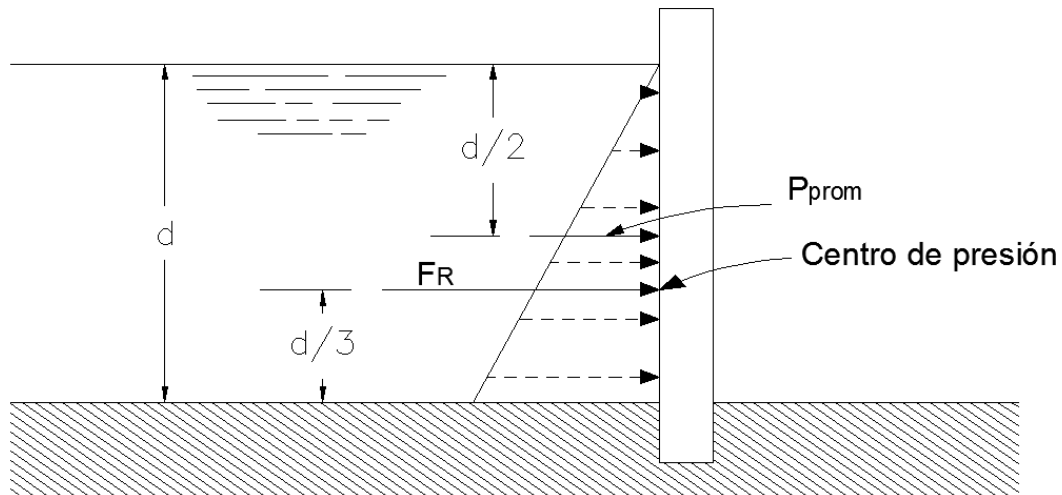


Fig. N° 2.14 se muestra las fuerzas aplicadas en superficies planas.

Presión: Es la acción de fuerzas distribuidas sobre una superficie finita en contacto con el fluido.

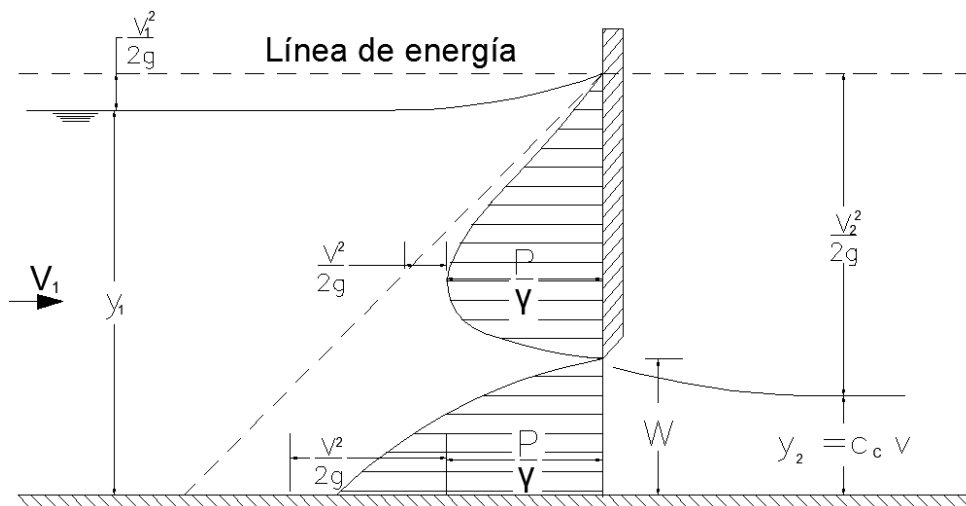


Fig. N° 2.15 se muestra la distribución de presión en una compuerta vertical



Fig. N° 2.16 se muestra las fuerzas aplicadas en superficies horizontales y curvas.

TABLA II-1

<p>RECTANGULO</p> <p> $A = bh$ $Y_G = \frac{h}{2}$ $I_G = \frac{bh^3}{12}$ </p>	<p>ELIPSE</p> <p> $A = \pi ab$ $Y_G = \frac{b}{2}$ $I_G = \frac{\pi ab^3}{4}$ </p>
<p>TRIANGULO</p> <p> $A = \frac{bh}{2}$ $Y_G = \frac{2}{3}h$ $I_G = \frac{bh^3}{36}$ </p>	<p>SECTOR CIRCULAR</p> <p> $A = \alpha R^2$ $Y_G = \frac{2R \operatorname{sen} \alpha}{3\alpha}$ $I_x = \frac{1}{4}AR^2(1 + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha)$ $I_y = \frac{1}{4}AR^2(1 - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha)$ </p>
<p>CIRCULO</p> <p> $A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$ $Y_G = R = \frac{D}{2}$ $I_G = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$ </p>	<p>SEGMENTO CIRCULAR</p> <p> $A = \frac{R^2}{2}(2\alpha - \operatorname{sen} 2\alpha)$ $Y_G = \frac{2R \operatorname{sen}^3 \alpha}{3\alpha}$ $I_y = \frac{1}{4}AR^2 \left[1 - \frac{2}{3}(\operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha)(\alpha - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha) \right]$ $I_x = \frac{1}{4}AR^2 \left[1 + \frac{2}{3}(\operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha)(\alpha - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cosec} \alpha) \right]$ </p>
<p>MEDIO CIRCULO</p> <p> $A = \frac{\pi R^2}{2}$ $Y_G = 0.575587R$ $I_G = 0.109757R^4$ </p>	<p>TRAPECIO</p> <p> $A = \frac{(B+b)h}{2}$ $Y_G = \frac{h}{3} \left(\frac{2B+b}{B+b} \right)$ $I_G = \frac{h^3}{36} \left(\frac{B^2 + 4Bb + b^2}{B+b} \right)$ </p>
<p>PARABOLA</p> <p> $A = \frac{4}{3}ab$ $Y_G = \frac{2}{5}a$ $I_G = \frac{16}{175}a^3b$ </p>	<p>MEDIA PARABOLA</p> <p> $A = \frac{2}{3}ab$ $Y_G = \frac{2}{5}a$ $I_G = \frac{8}{175}a^3b$ </p>

Fig. N° 2.17 se muestra el cálculo de las áreas de diversos tipos de superficies.

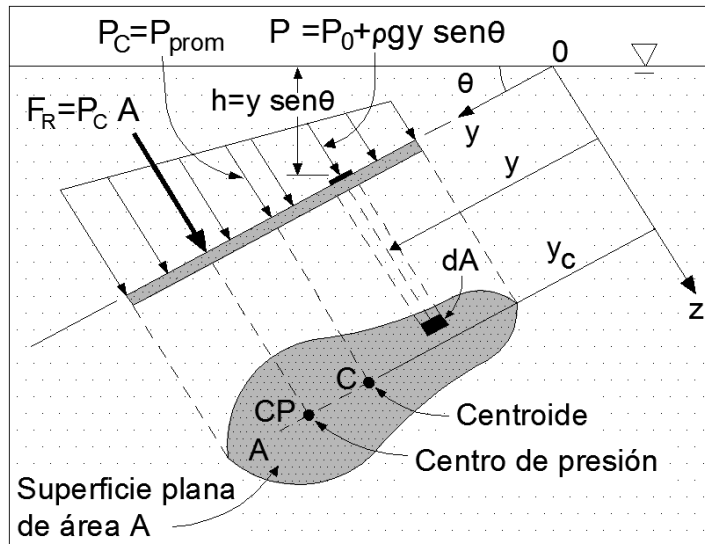


Fig. N° 2.18 se muestra la ubicación del centro de gravedad y el centro de presiones en una superficie plana

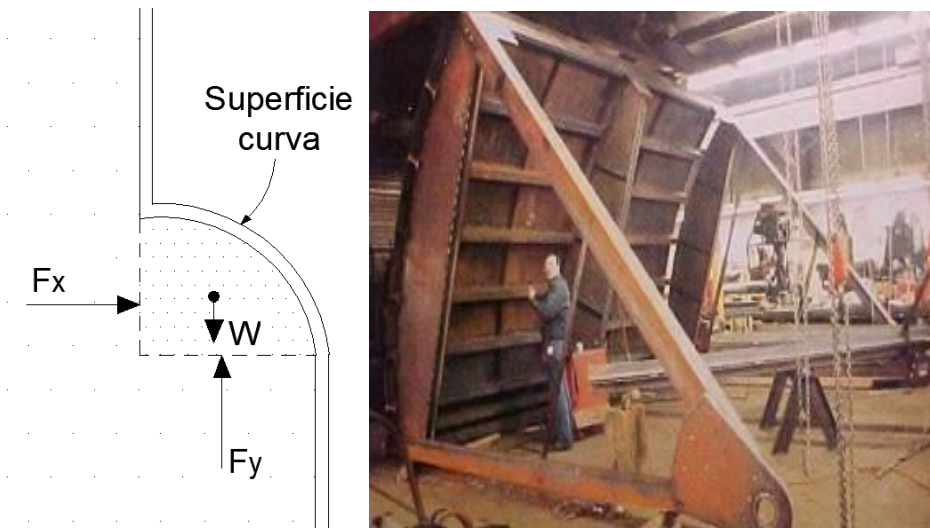


Fig. N° 2.19 se muestra las fuerzas aplicadas en superficies curvas.

2.6 Definiciones generales:

- Centro de Gravedad:** Es la línea de acción de la fuerza resultante.
- Centro de presiones:** Al punto en el que se considera están concentradas teóricamente todas las fuerzas debidas a presiones sobre un cuerpo.

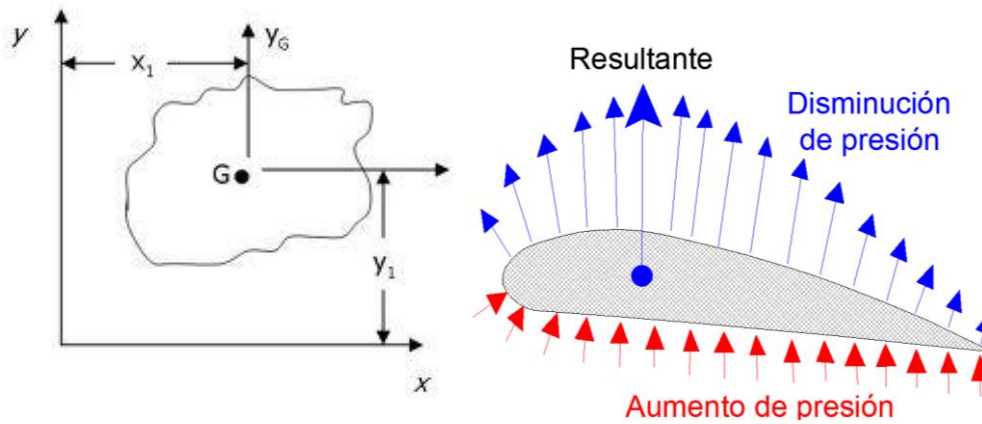


Fig. N° 2.20 se muestra el centro de presiones para diferentes secciones.

2.7 Superficies horizontales:

- Caso (a) $dF = P dA$ $F = \int PdA$

Presión es constante

$$F = P \cdot A \quad (2.13)$$

Fuerza es perpendicular a la superficie

Centro de gravedad del área ó Centoide (C.G.): Punto de equilibrio del área

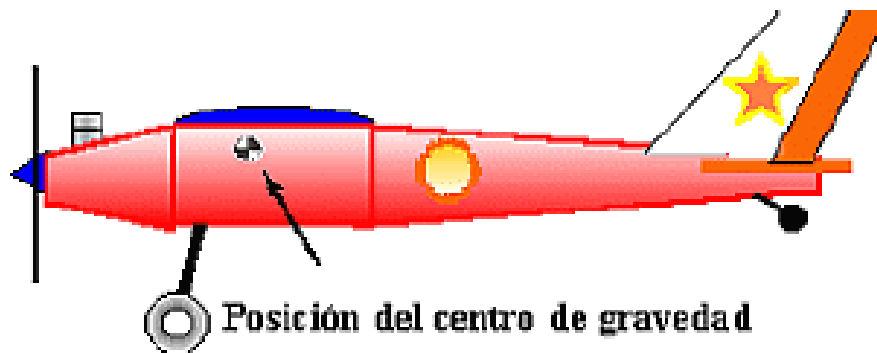


Fig. N° 2.21 se muestra el centro de gravedad de un aeroplano

$$F = \gamma \bar{h} A \quad (2.14)$$

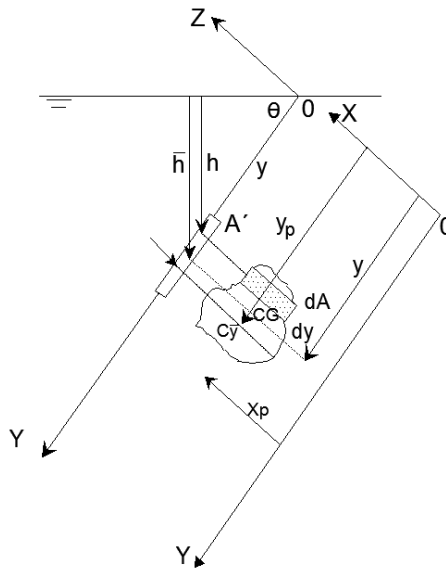


Fig. N° 2.22 se muestra el centro de gravedad de una superficie inclinada.

La ecuación anterior, indica que el módulo de la fuerza ejercida sobre una superficie plana sumergida en un líquido es el producto del área por la presión en el centro de gravedad del área (PCG).

La línea de acción de la fuerza resultante, pasa sobre el centro de presión del área CP: (X_p, Y_p) .

Centro de Presión (X_p, Y_p)

Momento de la Fuerza respecto al eje y:

$$M_F = X_p \cdot F$$

$$M_F = X_p \cdot F \quad X_p \cdot F = \int_A xP \cdot dA \quad X_p = \frac{1}{F} \int_A xP \cdot dA \quad \text{ó} \quad \frac{\int x dF}{\int dF}$$

Momento de la fuerza respecto al eje x:

$$M_F = Y_p \cdot F$$

$$Y_p \cdot F = \int_A Y P \cdot dA \quad Y_p = \frac{1}{F} \int y P \cdot dA \quad \text{ó} \quad \frac{\int y dF}{\int dF}$$

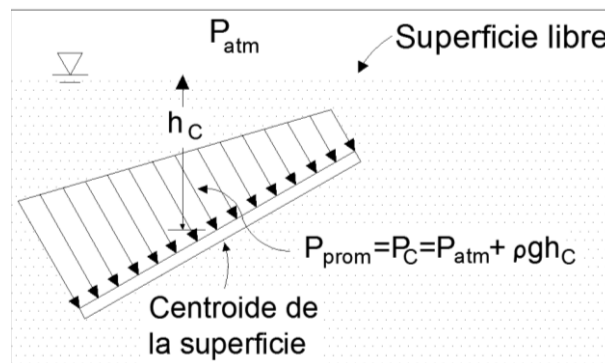


Fig. N° 2.23 se muestra el centro de gravedad de un aeroplano

2.8 Fuerzas sobre superficies curvas:

$$dF = \gamma h dA \quad F = \bar{F}_V + \bar{F}_H \quad F = \sqrt{F_V^2 + F_H^2} \quad (2.15)$$

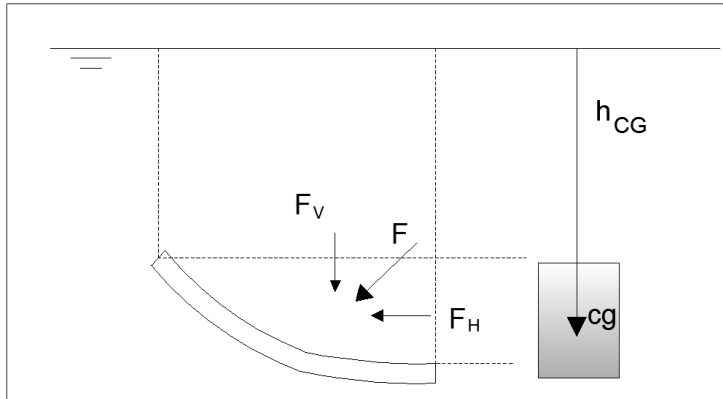


Fig. N° 2.24 se muestra el centro de gravedad en una superficie curva.

La fuerza resultante de la presión, se calcula descomponiendo sus componentes horizontal y vertical.

- **Componente Horizontal:** Equivale al área de proyección de la superficie en el plano vertical normal a la dirección horizontal, multiplicado por la presión hidrostática a la profundidad del centroide de área de dicha proyección.

$$F_H = A_v * P_{C_{AV}} \quad F_H = \gamma h_{CG} A_{proy} \quad (2.16)$$

- **Componente Vertical:** Es igual al peso de la columna líquida real o imaginaria que gravita sobre la superficie que se considera, extendiéndose hasta la superficie libre.

$$F_v = \rho g \nabla \quad F_v = \gamma \nabla \quad (2.17)$$

∇ : Volumen imaginario

F_v : actúa a través del C.G. del agua del ∇ imaginario



Fig. N° 2.25 se muestra el centro de gravedad de una compuerta radial.

2.9 Procedimiento para calcular la fuerza en:

a. Una pared rectangular:

- Calcule la magnitud de la fuerza resultante F_R , por medio de la ecuación:

$$F_R = \gamma (h/2)A \quad (2.18)$$

De donde:

γ = peso específico del fluido

h = profundidad total del fluido

A = área total de la pared

- Localice el centro de presión a la distancia vertical de $h/3$, a partir del fondo de la pared.
- Muestre la fuerza resultante que actúe en el centro de presión, en forma paralela.

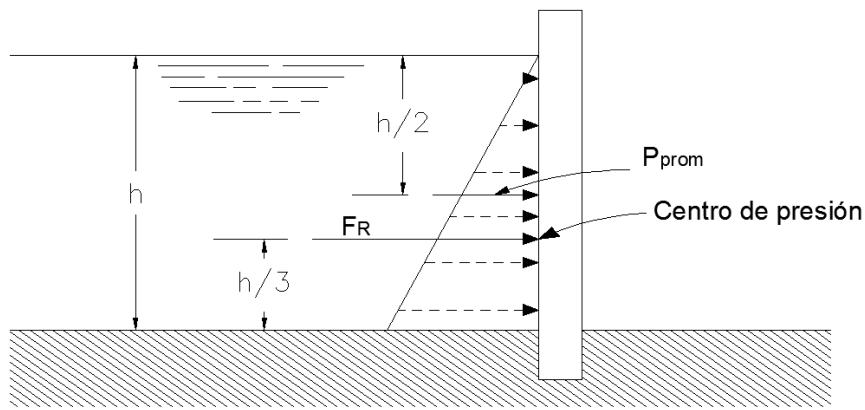


Fig. N° 2.26 se muestra el cálculo de la fuerza en una pared rectangular.

b. Un área plana sumergida:

Identifique el punto en que el ángulo de inclinación del área de interés intercepta el nivel de la superficie libre del fluido. Esto tal vez requiera que se extienda de la superficie inclinada o la línea de la superficie del fluido. Se denomina punto S.

Localice el centroide del área, a partir de la geometría

Determine h_c , como la distancia vertical entre el nivel de la superficie libre y el centroide del área.

Determine L_c , como una distancia inclinada del nivel de la superficie libre al centroide del área. Esta es la distancia S al centroide. Observe que h_c y L_c están relacionados por la ecuación.

$$h_c = L_c * \text{sen } \theta \quad (2.19)$$

- Calcule el área total A sobre la que va determinarse la fuerza.
- Calcule la fuerza resultante por medio de la ecuación:

$$F_r = \gamma h A \quad (2.20)$$

Donde γ es el peso específico del fluido.

- Esta ecuación establece que la fuerza resultante es el producto de la presión en el centroide del área por el área total.
- Calcule I_c , el momento de inercia del área respecto de su eje centroidal.
- Calcule la ubicación del centro de presión con la ecuación siguiente:
- Obsérvese que el centro de presiones siempre está abajo del centroide de un área inclinada respecto de la horizontal. En algunos casos resulta de interés calcular solo la diferencia entre L_p y L_c por medio de la ecuación:

$$L_p = \frac{I_c}{L_c * A} \quad (2.21)$$

- Dibuje la fuerza resultante FR que actúa en el centro de presión en forma perpendicular al área.
- En el dibujo anterior muestre la dimensión L_p en forma similar a la hecha en la figura anterior.
- Dibuje las líneas para las dimensiones L_c y L_p a partir de una línea dibujada a través del punto S y perpendicular al ángulo de inclinación del área. Se desea calcular la profundidad vertical al centro de presión h_p , puede usar cualquiera de los 02 métodos. Si ya obtuvo la distancia L_p , se maneja la ecuación $h_p = L_p * \sin\theta$

$$h_p = h_c + \frac{I_c * \sin^2\theta}{h_c * A} \quad (2.22)$$

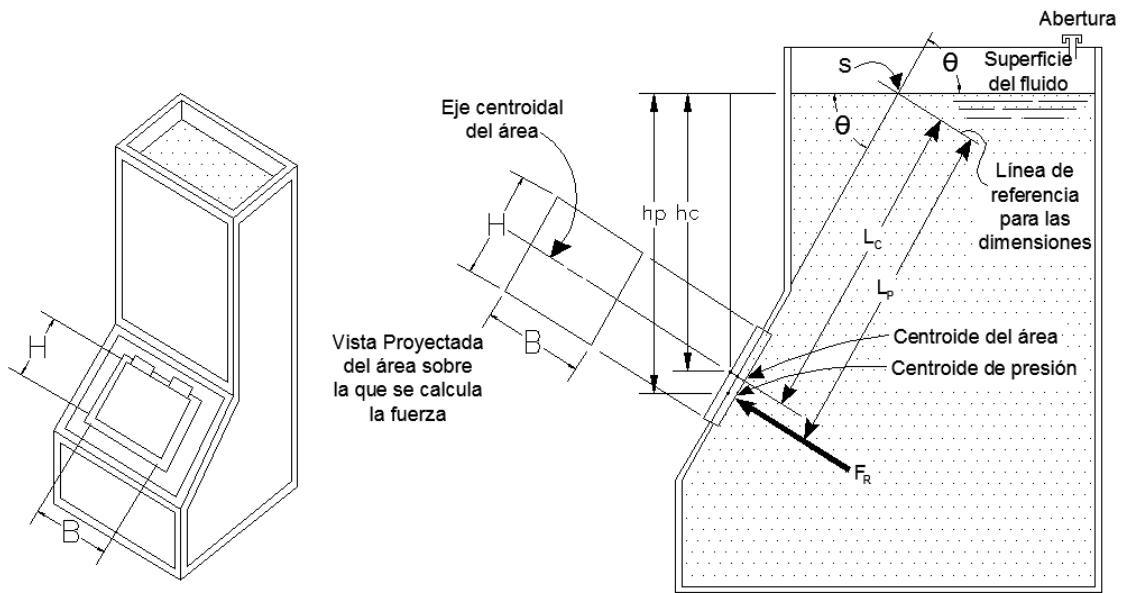


Fig. N° 2.27 se muestra la ubicación de la fuerza sobre un área plana sumergida:

c. una superficie curva sumergida

- Aislar el volumen del fluido arriba de la superficie.
- Calcular el peso de volumen aislado.
- La magnitud de la componente vertical de la fuerza resultante es igual al peso del volumen aislado. Esta actúa en la línea del centroide de dicho volumen.
- Dibujar una proyección de la superficie curva sobre un plano vertical y determinar su altura, denotada como s.
- Calcular la profundidad del centroide del área proyectada por medio de $h_c = h + s/2$
- Donde h es la profundidad a la pared superior del área proyectada
- Calcular la magnitud de la componente horizontal de la fuerza resultante por medio de:

$$F_h = \gamma * s * w \left(h + \frac{s}{2} \right) = \gamma * s * w * h_c \quad (2.23)$$

- Calcular la profundidad a la línea de acción de la componente horizontal por medio de:

$$h_p = h_c + \frac{s^2}{12 h_c} \quad (2.24)$$

- Calcular la fuerza resultante por medio de:

- $F_r = \sqrt{F_v^2 + F_h^2} \dots\dots\dots(2.25)$

- Calcular el ángulo de inclinación de la fuerza resultante en relación con la horizontal por medio de:

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{F_v}{F_h}\right) \quad (2.26)$$

- Mostrar la fuerza resultante que actúa sobre la superficie curva en una dirección tal que su línea de acción pase a través del centro de curvatura de la superficie

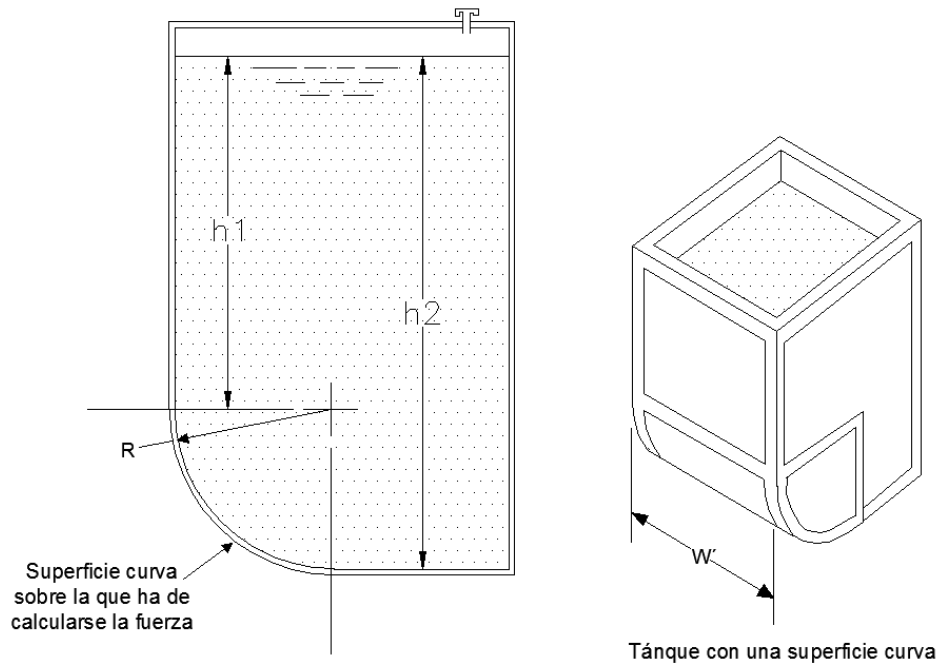
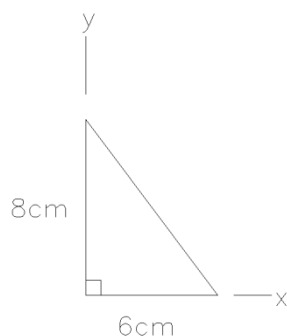


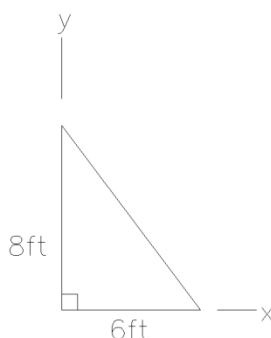
Fig. N° 2.28 se muestra el cálculo la fuerza sobre una superficie curva sumergida.

PROBLEMAS PROPUESTOS

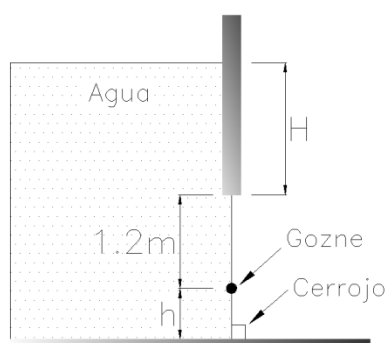
1. La compuerta triangular mostrada en la figura adjunta, tiene un lado de 6 cm que es paralelo a 30 cms por encima de la superficie del agua. Calcule la magnitud (Pa) y la ubicación de la fuerza (cm), que actúa en la compuerta si esta: (a) Vertical (b) horizontal (c) sobre una pendiente ascendente a 45° ?



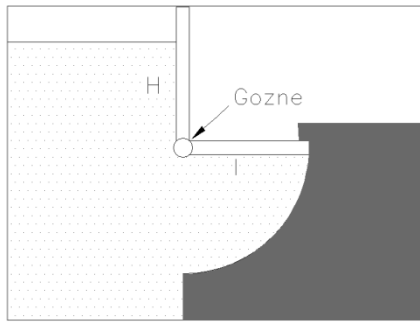
2. La compuerta triangular mostrada en la figura adjunta, tiene un lado de 6 pies que es paralelo a 30 pies por encima de la superficie del agua. Calcule la magnitud (Pa) y la ubicación de la fuerza (pies), que actúa en la compuerta si esta: (a) Vertical (b) horizontal (c) sobre una pendiente ascendente a 45° ?



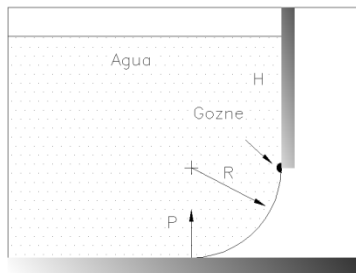
3. A qué altura H, se abrirá la compuerta rígida, engoznada por su punto central como se muestra en la figura adjunta, si h es de: a) 0.6 m; b) 0.8 m y c) 1.0 m



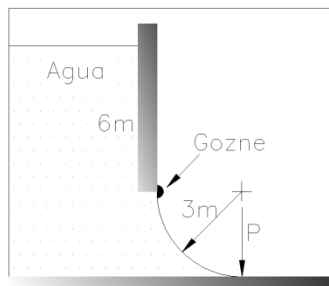
4. Para la compuerta mostrada en la figura adjunta, calcule la altura H, que hará que se abra automáticamente si (ignore el peso de la compuerta)



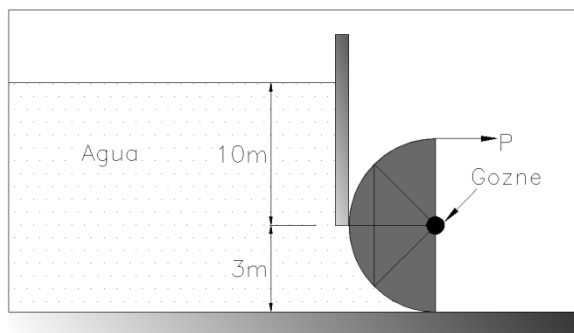
5. Calcule la fuerza P necesaria para comenzar a abrir la compuerta mostrada en la figura adjunta, si: a) $H= 6\text{m}$, $R=2\text{m}$, y la compuerta de 4 m de ancho. b) $H= 20\text{ in}$, $R=6\text{in}$, y la compuerta de 12 pies de ancho.



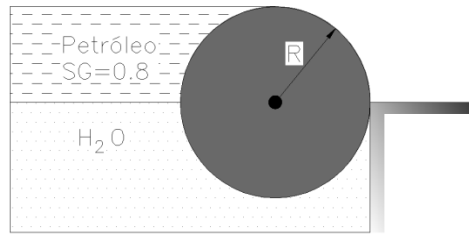
5. Que fuerza P se requiere para mantener cerrada la compuerta de 4 m de ancho mostrada en la figura adjunta.



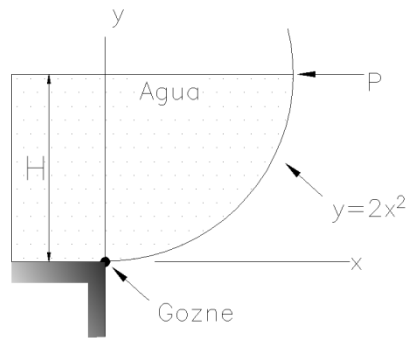
6. La compuerta circular de 3m de ancho, de acuerdo a la figura mostrada. Pesa 400 N con centro de gravedad a 0.9 a la izquierda del gozne. Calcule la fuerza P requerida para abrirla.



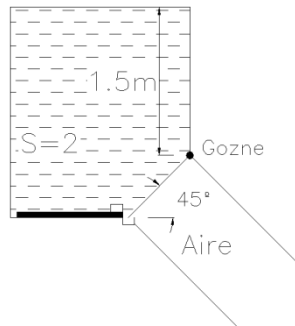
7. Un tronco que está en equilibrio, como se muestra en la figura adjunta. Calcule la fuerza que lo empuja contra el dique y su gravedad específica si: a) su longitud es de 6 m y $R = 0.6\text{ m}$, b) su longitud es de 20 in y $R = 2\text{ in}$.



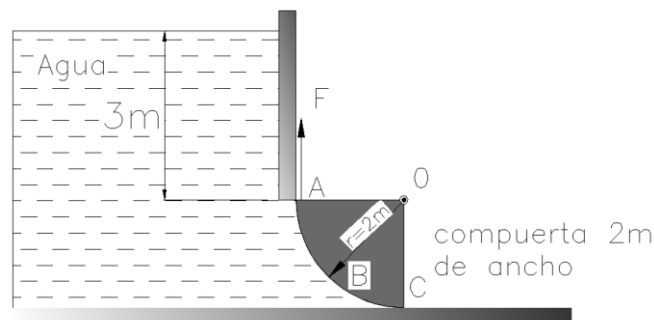
8. Calcule la fuerza P si la compuerta parabólica mostrada, de la figura adjunta, es de: a) 2 m de ancho y $H=2$ m, b) 4 in de ancho y $H=8$ in.



9. Calcúlese la presión de aire necesaria para mantener cerrada la compuerta de 700 mm de diámetro, en la figura adjunta. La puerta es una placa circular que pesa 1800 N.

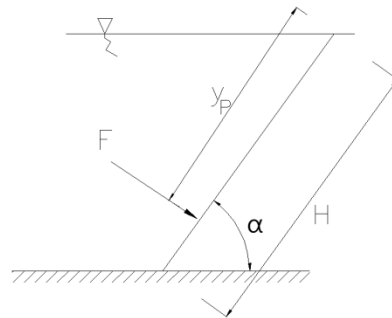


10. Determinése la componente de fuerza que actúa sobre la componente radial (figura adjunta). Determinése la componente vertical de fuerza y su línea de acción. Que fuerza F , se requiere para abrir la compuerta, haciendo caso omiso de su peso. Cuál es el momento respecto a un eje normal al papel y a través del punto O .



11. De la figura adjunta, demuestre que la fuerza F , actúa a un tercio hacia arriba en un área rectangular vertical y también en un área rectangular

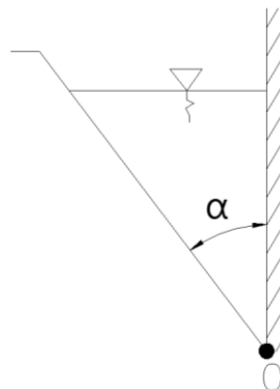
inclinada. Suponga que la compuerta inclinada forma un ángulo α con la horizontal?



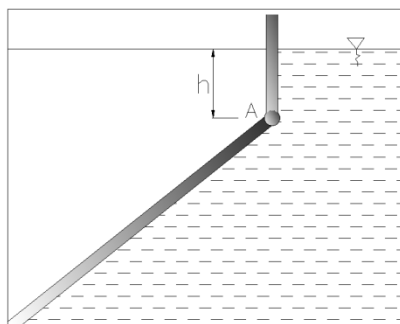
12. Entre una pared vertical y otra que puede girar alrededor de "O", hay un peso "G", de líquido. El espesor normal al papel es igual a "b".

Hallar:

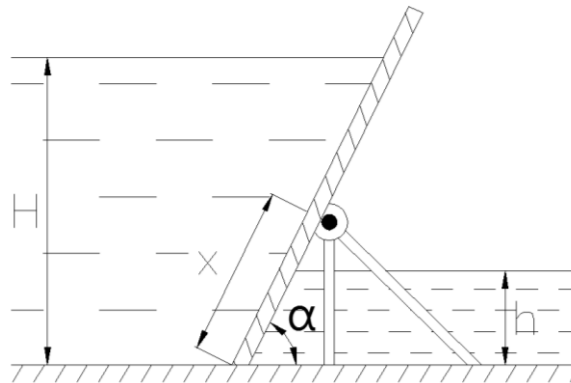
- El ángulo α para que el momento M de la presión sea mínimo.
- Calcular dicho momento



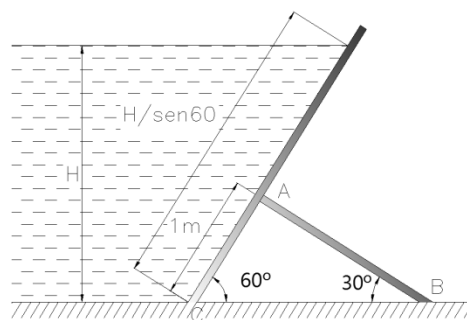
13. La compuerta circular de la figura adjunta, de 2 m de diámetro, pesa 15708 kg. Su plano forma un ángulo de 30° con la horizontal. La compuerta puede pivotar alrededor del punto A y se mantiene cerrada por su propio peso. Se pide determinar la altura de agua sobre la charnela, capaz de abrir la compuerta?



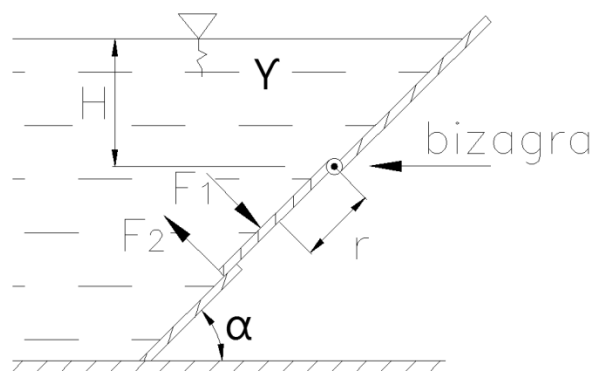
14. La presa del sistema de Chanoide es un tablero inclinado que tiene posibilidad de girar alrededor de un eje articulado O. hallar la posición de la articulación (x) en el cual la elevación del nivel superior de agua arriba de $H= 2$ m provocaría el vuelco automático del tablero. El nivel del agua por la parte derecha del tablero es $h=0.4$ m. el ángulo $\alpha =60^\circ$.



15. Se tiene la estructura de la figura adjunta. Hallar la profundidad de agua y la fuerza de compresión que sufre el elemento AB, cuando la estructura está a punto de volcarse. (ancho $b =2$ m).

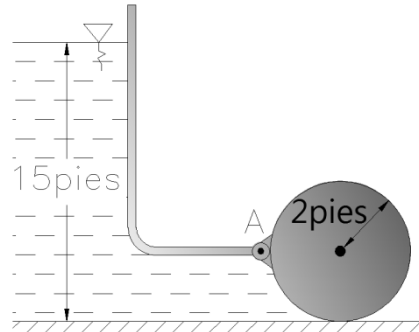


16. Encontrar: a) la magnitud de la fuerza que ejerce el liquido sobre la compuerta circular, b) el punto de aplicación de dicha fuerza, c) la magnitud de la fuerza F_2 , necesaria para levantar el tapón circular.

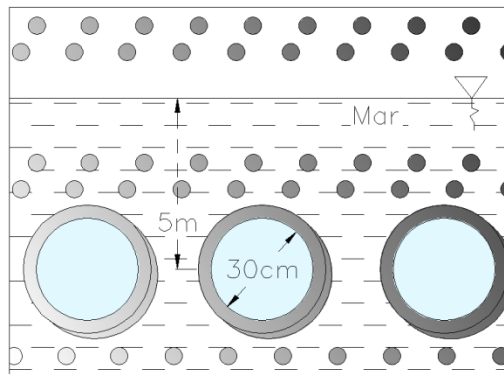


17. Se usa un cilindro solido largo de radio de 2 pies, articulado en el punto A, como una compuerta automática. Como se muestra en la figura adjunta. Cuando el nivel de agua llega a 15 pies, la compuerta

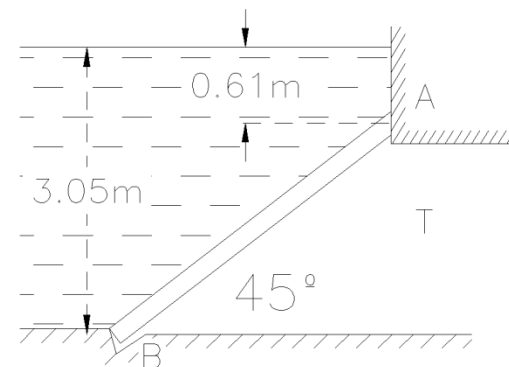
cilíndrica se abre girando en torno a la articulación en el punto A. determine a) la fuerza hidrostática que actúa sobre el cilindro y su línea de acción cuando la compuerta se abre , y b) el peso del cilindro por pies de longitud del mismo.



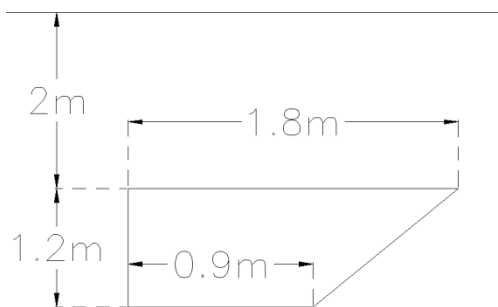
18. Un cuarto en el nivel inferior de un barco para cruceros tiene una ventana circular de 30 cm de diámetro. Si el punto medio de la ventana esta 5 m debajo de la superficie del agua, determine la fuerza hidrostática que actúa sobre la ventana y el centro de presión. Tome GE del agua: 1.025



19. Una plancha rectangular AB, de 1.20 m de ancho evita que el agua ingrese en el túnel "T". La cara vertical de la pared es lisa.
- Hallar la presión hidrostática total sobre la plancha.
 - determinar el centro de presión
 - Hallar la presión de la plancha contra la pared en A.



20. Hallar el centro de presión (ordenada y abscisa) de la figura adjunta.



ESTATICA DE FLUIDOS: EMPUJE Y FLOTACION

2.12 Principio de Arquímedes: Un cuerpo sumergido está sujeto a una fuerza hacia arriba igual, al peso del fluido desplazado.

De donde: En un cuerpo sumergido

F_b : Fuerza de flotación = Empuje $F_b = \text{Peso del fluido desplazado} = \gamma_{\text{agua}} \nabla$

$$E = F_B = \int P dA_y = \int (\gamma h) dA_y = \gamma \int h dA_y = \gamma \int d\nabla = \gamma \nabla$$

$$E = \gamma \nabla \quad (2.27)$$

Punto donde actúa el empuje es el centro de empuje: x

Por teorema de Varignon:

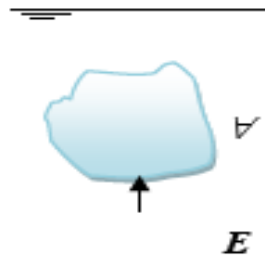


Fig. N° 2.29 se muestra el centro de gravedad de un aeroplano

Si queremos saber si un cuerpo flota es necesario conocer su peso específico, que es igual a su peso dividido por su volumen.

1. Si el peso es mayor que el empuje ($P > E$), el cuerpo se hunde. Es decir, el peso específico del cuerpo es mayor al del líquido.
2. Si el peso es igual que el empuje ($P = E$), el cuerpo no se hunde ni emerge. El peso específico del cuerpo es igual al del líquido.
3. Si el peso es menor que el empuje ($P < E$), el cuerpo flota. El peso específico del cuerpo es menor al del líquido.

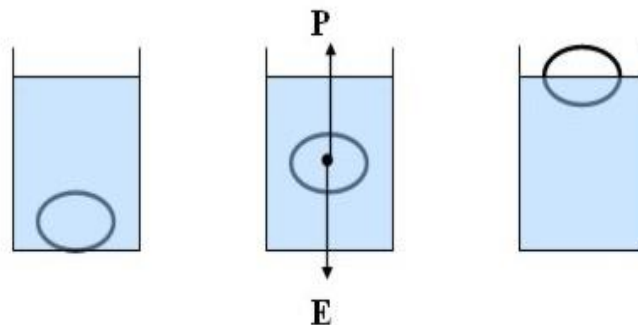


Fig. N° 2.30 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido

Peso aparente: Cuando un cuerpo está dentro de un fluido está afectado por dos fuerzas: el peso gravitacional y la fuerza de empuje. Como ambas fuerzas actúan sobre el cuerpo, entonces se pueden sumar o restar.

Se llama peso aparente a la relación: $W_a = P - E$

2.11 Flotación:

a) De barcos: Un cuerpo de menor densidad que el agua siempre flotará. En este caso se verificará que la fuerza de empuje es mayor o igual que el peso gravitacional del cuerpo

Parece capcioso preguntar ¿por qué un barco flota a pesar que es de metal y el metal tiene mayor densidad que el agua?

La densidad promedio del barco. Eso es lo que interesa. Y esa es menor que la del agua.

Su densidad promedio se determina por: $\rho = \frac{m}{V}$ (2.28)

Y el volumen del barco no incluye solo el metal. También incluye el aire en su interior

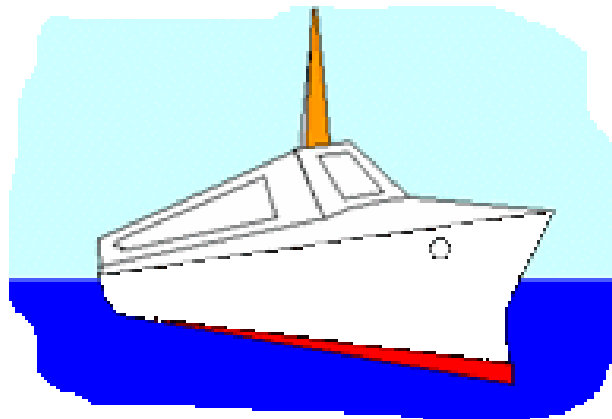


Fig. N° 2.31 se muestra un barco sumergido en un fluido

b) De un submarino

Un submarino se hunde si su peso gravitacional es mayor que el empuje que le afecta.

Para lograr lo anterior se inundan, con agua, compartimientos que antes estaban vacíos. Con ello su densidad promedio aumenta y en consecuencia, también aumenta su peso gravitacional.

Por lo tanto ocurrirá que : $P > E$; Y el submarino se hundirá.

Para elevarse o flotar, su peso gravitacional debe ser menor que el empuje. Esto se logra sacando el agua con que se había inundado algunos compartimientos. Así su densidad promedio disminuye y también su peso gravitacional.

Y cuando ocurra que: $E > P$; El submarino se elevará.

Ya que estamos en el agua. Los peces se sumergen o se elevan en el agua inflando o desinflando su vejiga natatoria.

2.12 Estabilidad de Flotación:

Existen dos clases de estabilidad: Lineal y Rotacional

a) Estabilidad lineal: Se produce cuando un pequeño desplazamiento lineal en cualquier sentido, origina fuerzas restauradoras (**E**) que tienden a volver el cuerpo a su posición original

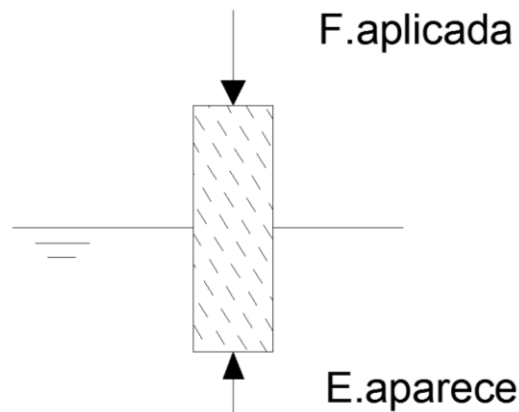


Fig. N° 2.32 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido, aplicándole una fuerza

b) Estabilidad rotacional: Se produce cuando un pequeño desplazamiento angular origina un par restaurador

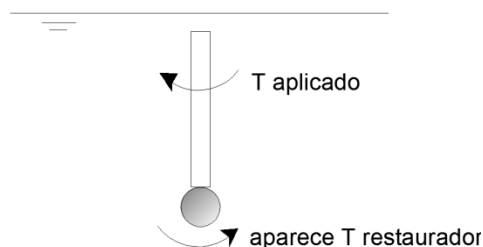


Fig. N° 2.33 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido, aplicándole un momento.

c) Estabilidad rotacional de objetos sumergidos: Un objeto es rotacionalmente estable solo cuando su centro de gravedad (**G**), está debajo del centro de empuje.

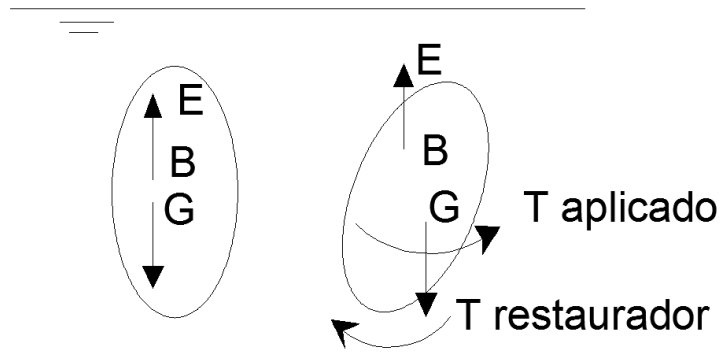


Fig. N° 2.34 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido, aplicándole un momento

d) **Estabilidad rotacional de objetos flotantes:** Cuando cumplen la misma condición anterior no obstante ciertos cuerpos están en equilibrio con G, sobre el centro de empuje.

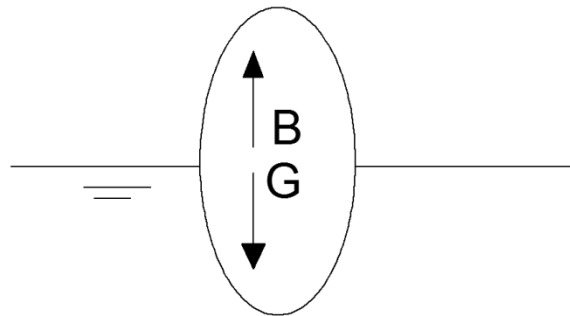


Fig. N° 2.35 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido, en equilibrio.

Metacentro: Es la línea vertical que pasa por el centro de flotación, corta la dirección que toma la línea que pasaba por los centros de gravedad al inclinarse el cuerpo. Además cuanto más se inclina un cuerpo, más bajo está su metacentro.

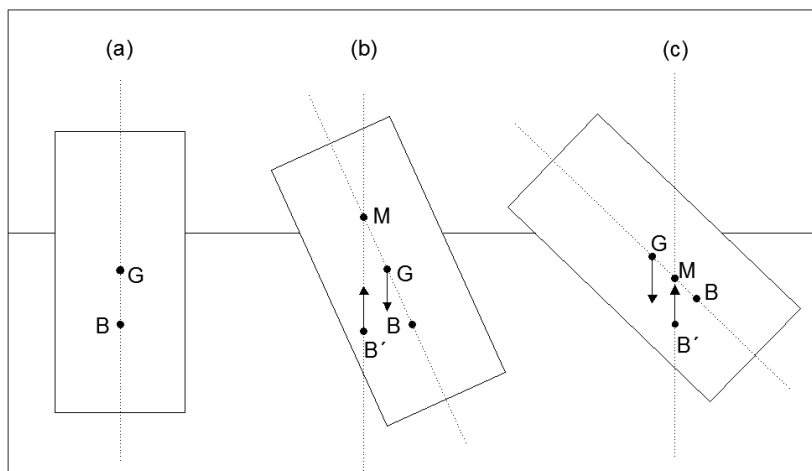


Fig. N° 2.36 se muestra el comportamiento de un objeto sumergido en un fluido

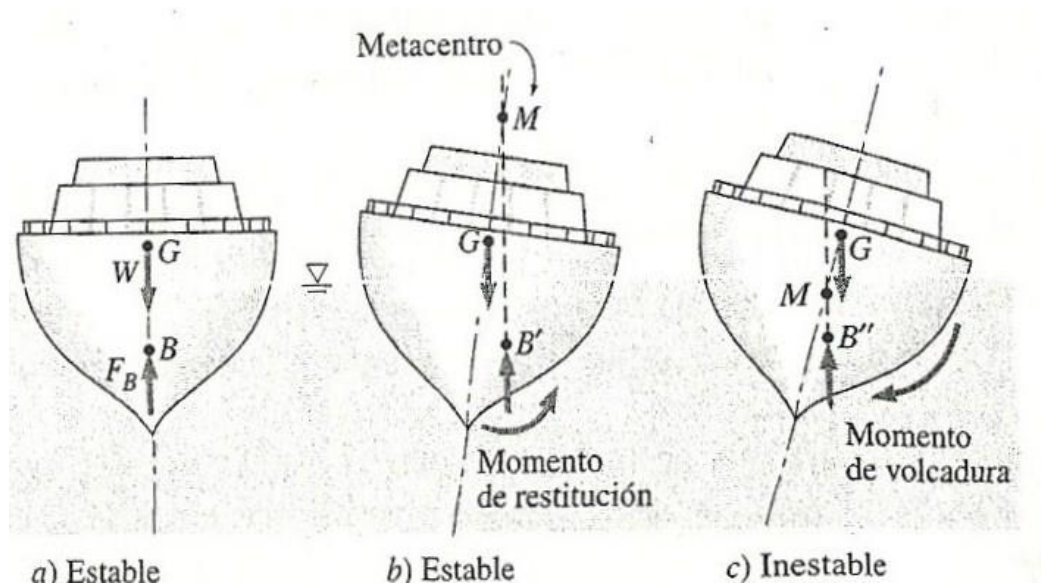


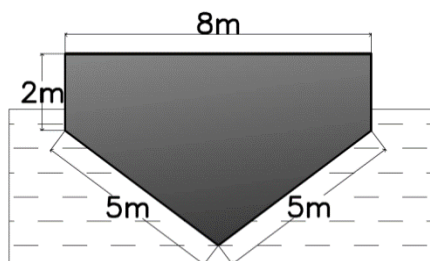
Fig. N° 2.37 se muestra el comportamiento de un barco sumergido en un fluido, aplicándole un momento.

2.15 Procedimiento para resolver problemas de flotación:

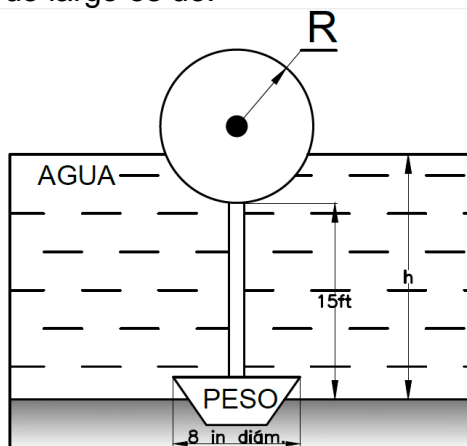
- Determinar el objetivo para la solución. ¿se va encontrar una fuerza, peso, volumen o peso específico?
- Dibujar un diagrama de cuerpo libre del objetivo en el fluido. Mostrar todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo libre en dirección vertical, inclusive el peso del cuerpo. La fuerza de flotación y todas las fuerzas externas. Si no se conoce la dirección de alguna fuerza, hay que suponer la dirección más probable e indicarle sobre el cuerpo libre.
- Escribir la ecuación de equilibrio estático en la dirección vertical con el supuesto de que la dirección positiva es hacia arriba.
- Resolver para que se quiere: fuerza, peso, volumen o peso específico y tener presentes los conceptos siguientes
 - La fuerza de flotación se calcula a partir del peso de un objeto sólido es el producto de su volumen total por su peso específico; es decir un objetivo cuyo peso específico promedio es menor que el del fluido tendera a flotar, debido a que $w > F_b$ con el objeto sumergido
 - La flotabilidad neutral ocurre cuando un cuerpo permanece en una posición dada, donde sea que se sumerja en un fluido. Un objeto cuyo peso específico promedio es igual al del fluido tiene flotabilidad neutral.

PROBLEMAS PROPUESTOS

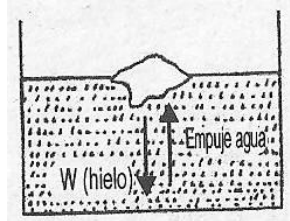
- Una embarcación de 30 m de largo, con la sección transversal mostrada en la figura adjunta, se va a transportar una carga de 6000 KN. ¿Que tanto se hundirá en el agua, si la masa es de 100000 kg.



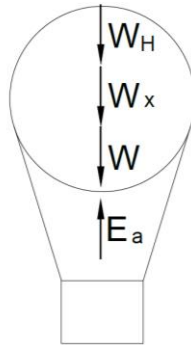
- Un objeto pesa 100 N en el aire y 25 N cuando se sumerge en el agua. Calcular su volumen y su peso específico.
- Un transportador es esencialmente rectangular con dimensiones de 25 pies de ancho y 300 pies de largo. Si se cargan 60 automóviles en el transportador, con un peso promedio por cada uno de 300 lb, ¿que tanto se hundirá en el agua?
- Un globo de aire caliente transporta una carga de 1000 N, incluido su propio peso. Si es de 10 m de diámetro, calcule la temperatura promedio del aire en su interior si el aire exterior está a 20 °C.
- Se propone que un dirigible viaje cerca de la superficie terrestre. Si el dirigible se parece a un gran cilindro de 1500 m de largo con un diámetro de 300 m, calcule la carga útil si su propio peso es del 10% de esta. ¿cuántas personas de 800 N pueden llevar? Dirigible se llena de hielo y prevalecen las condiciones estándar.
- Se construye un objeto de un material más ligero que el agua. Pesa 50 N en el aire y se requiere una fuerza de 10 N para mantenerlo bajo el agua. ¿cuál es la densidad, peso específico, y gravedad específica?
- El peso y el cilindro vacío mostrado en la figura adjunta es de 1500 lb. Calcule la altura h requerida para levantar el peso si el R radio del cilindro de 10 pies de largo es de.



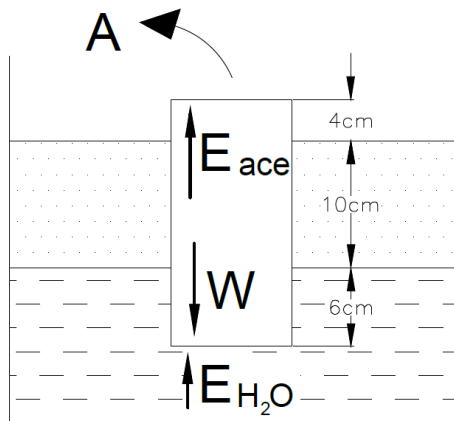
- De un recipiente totalmente lleno de agua se encuentra un bloque de hielo flotando. Si el hielo se derrite, calcular el volumen de agua que se derrama.



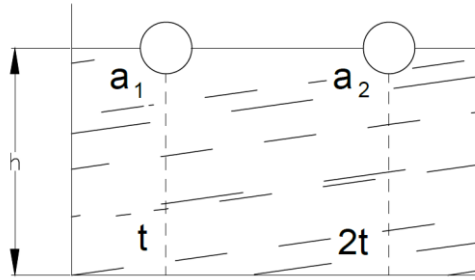
9. Un globo aerostática debe permanecer estacionario a un nivel de la atmosfera donde las condiciones hacen que el peso específico del aire sea 0.96 Kg/m^3 para lo cual en el momento de la partida debe colocársele peso adicional que debe ser calculado sabiendo que el globo es inflado con hidrogeno de peso específico 0.08 kg/m^3 ocupando un volumen de 25 m^3 y siendo el peso de la parte solida 12 kg .



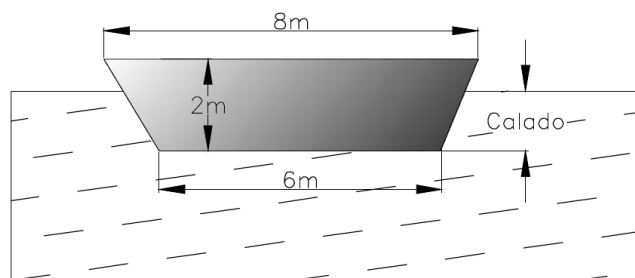
10. Un cilindro de 20 cm se encuentra flotando con 4 cm fuera de una capa de aceite de 10 cm de espesor que a su vez se encuentra sobre el agua. Calcular el peso específico de la madera si el peso específico del aceite es de 0.8 .



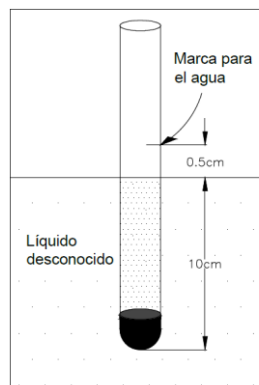
11. Una esfera de 2000 kg/m^3 , de peso específico, luego ser abandonado en la superficie del agua contenida en un recipiente de profundidad h , se hunde tardando un tiempo t , en llegar al fondo se repite la experiencia con una segunda esfera que tarda en llegar al fondo un tiempo $2t$, calcular el peso específico de la segunda esfera (lbf/pies^3).



12. La barcaza de 3m de ancho mostrada en la figura adjunta, pesa 20 KN vacía. Se propone que transporte una carga de 250 KN. Calcule el calado en: a) agua dulce, b) agua salada ($S=1.03$).

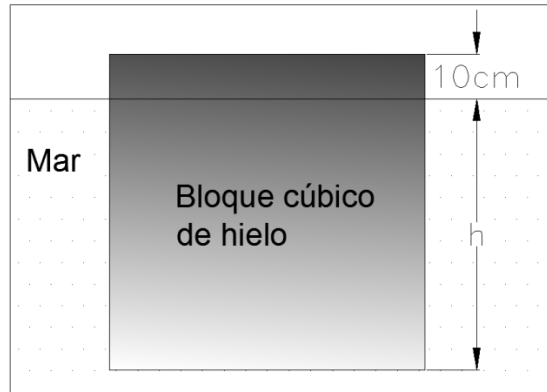


13. Debe determinar la densidad de un líquido mediante un hidrómetro viejo cilíndrico de 1 cm de diámetro cuyas marcas de división están borradas por completo. Primero, se deja caer el hidrómetro en agua y se marca el nivel correspondiente a esta. Después se deja caer en el otro líquido y se observa que la marca para el agua ha ascendido 0.5 cm por arriba de la interfaz liquido-aire. Si la altura de la marca para el agua es de 10 cm, determine la densidad del líquido.

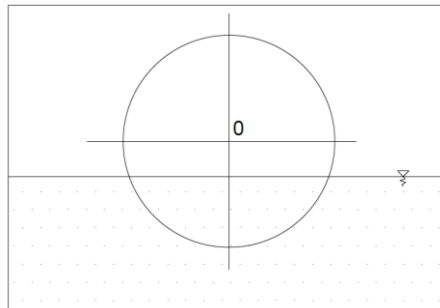


14. Un cuerpo homogéneo y compacto en un líquido con peso específico γ_1 , peso W_1 ; colocando en un líquido con peso específico γ_2 , pesa W_2 . Determinar el peso específico y del cuerpo.
15. Se deben determinar el volumen y la densidad promedio de un cuerpo de forma irregular usando una balanza de resorte. El cuerpo pesa 7200 N en el aire y 4790 N en el agua. Determinar el volumen y la densidad del cuerpo.

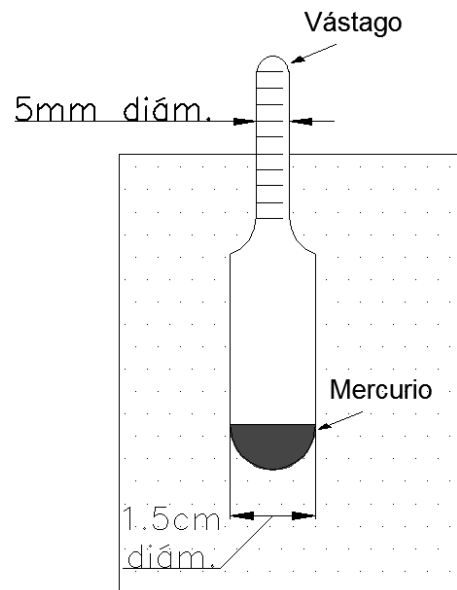
16. Considere un bloque cubico grande de hielo que flota en el mar. Las gravedades especificas de hielo y del agua de mar son 0.92 y 1.025, respectivamente. Si una parte de 10 cm de alto del bloque de hielo se extiende por encima de la superficie del agua, determine la altura del bloque de hielo por abajo de la superficie.



17. Un cubo de 60 cm de arista tiene su mitad inferior de densidad relativa 1.4 y la mitad superior de 0.6. El cubo se encuentra sumergido en la masa de dos fluidos inmiscibles, el inferior de $S'=1.2$ y el superior de $S''=0.9$. Determinar la altura del cubo que sobresale por encima de la intercara de los líquidos.
18. En la figura adjuntase muestra un tronco de 2.4 m de diámetro y 4.50 m de longitud, en un fluido cuya densidad relativa es la unidad. Si la densidad del tronco es de 425 kgf/m³, averiguar a qué profundidad se hundirá dicho tronco.



19. El hidrómetro mostrado en la figura adjunta, sin mercurio tiene una masa de 0.01 kg. Está diseñado para flotar a la mitad del vástago de 12 cm de longitud en agua pura.
- Calcule la masa de mercurio requerida.
 - Cual es la gravedad especifica del líquido si el hidrómetro apenas se sumerge?
 - Cual es la gravedad especifica si el vástago del hidrómetro es expuesto por completo?



20. Al hidrómetro del problema anterior, se le agrega peso de modo que en agua dulce el vástago apenas se sumerge
- a) cual es la gravedad especifica máxima que puede ser leída
 - b) Que masa de mercurio se requiere?

SEGUNDA UNIDAD

III. CINEMATICA DE FLUIDOS

3.1. INTRODUCCION: La cinemática de fluidos estudia el movimiento de los fluidos sin tener en cuenta las causas que lo producen limitándose esencialmente, al estudio de la trayectoria en función del tiempo.

La velocidad mide el ritmo al que cambia la posición. La aceleración mide el ritmo al que cambia la velocidad. La velocidad y la aceleración son las dos principales cantidades que describen como se cambia de posición en el tiempo.

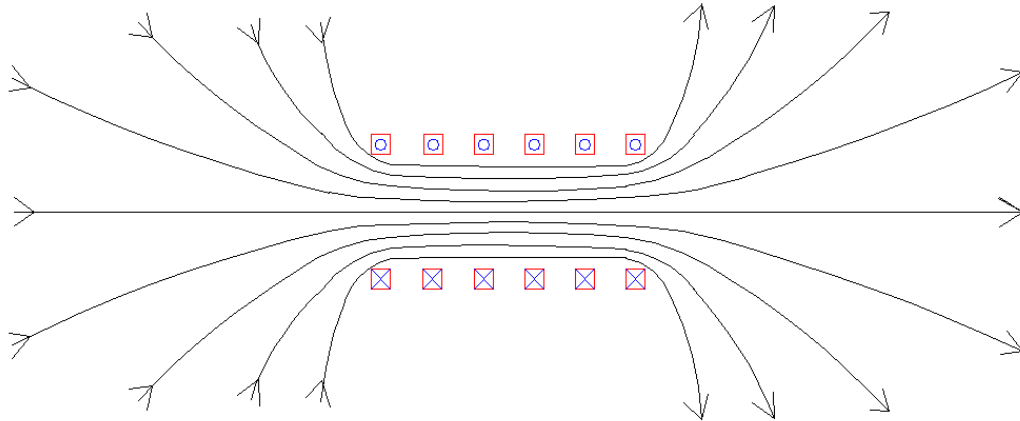


Fig. N° 3.1 se muestra la distribución de velocidad

3.2 Campo de Velocidades: Velocidad en un punto y vector velocidad: La velocidad instantánea \mathbf{V} en un punto P está definida por el promedio de velocidades instantáneas de las moléculas de fluido que ocupan el volumen δV en ese instante, *el campo de representación para V es:*

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(x, y, z, t)$$

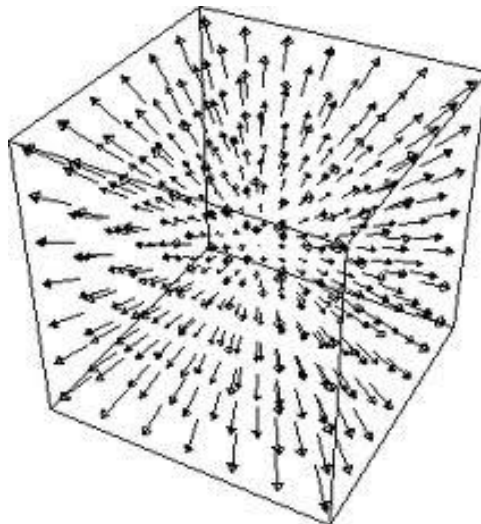


Fig. N° 3.2 se muestra la distribución de velocidad

- Para flujo permanente, el vector velocidad se convierte en una función de posición solamente y es independiente del tiempo.

- Para flujo no permanente la velocidad estará en función de la posición y el tiempo.

Para flujo uniforme permanente el campo de flujo



Fig. N° 3.3 se muestra la distribución de velocidad, ante un obstáculo presentado.

Líneas de trayectoria, líneas de traza: Si se traza una línea en un flujo continuo en movimiento de tal manera que la línea sea tangente al vector velocidad en cada punto del campo de flujo obtendremos Líneas de Corriente. De esta definición se concluye que el flujo se desplazará a lo largo de las líneas de corriente pero nunca cruzará una línea de corriente.

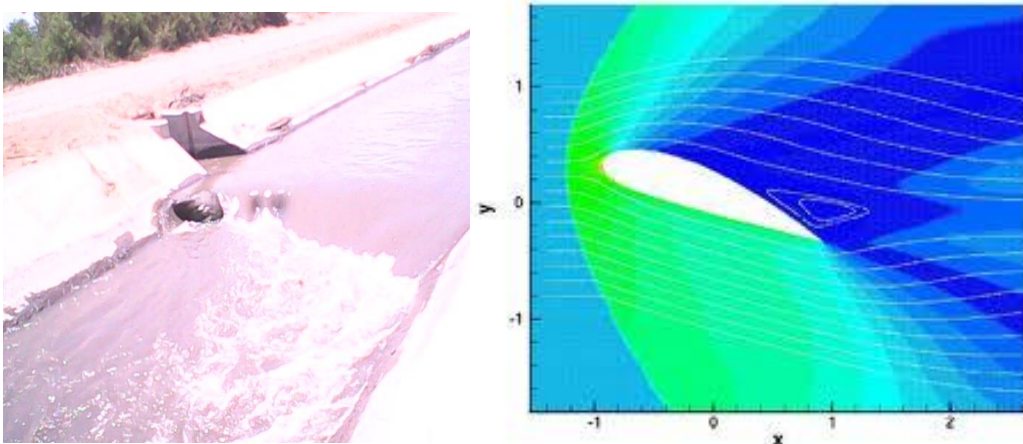


Fig. N° 3.4 se muestra la distribución de velocidad

En un flujo no permanente el patrón de flujo que forman las líneas de corriente cambiarán de un instante a otro.

En un flujo permanente el patrón de flujo permanecerá constante.

Una línea de traza es la actual traza o trayectoria de una partícula fluida.

En un flujo permanente el patrón de flujo las líneas de corriente y líneas de traza coinciden, lo contrario sucede en un flujo no permanente.

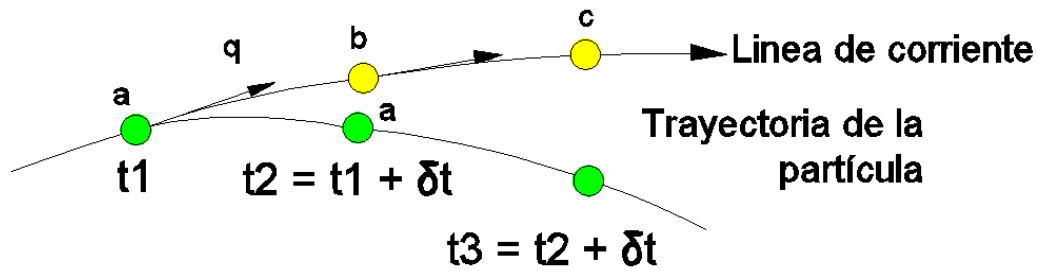


Fig. N° 3.5 se muestra la distribución de velocidad, la trayectoria de la partícula y su línea de corriente.

Tubo de Corriente: La superficie de un tubo de corriente es generada por un conjunto de líneas de corriente. Como la superficie está formada por líneas de corriente el flujo no cruza las paredes de un tubo de corriente.

El concepto de tubo de corriente es importante cuando tratamos con un flujo complejo como es el que se desarrolla en un medio poroso, se usará entonces el concepto de red de flujo que es formado por varios tubos de corriente.

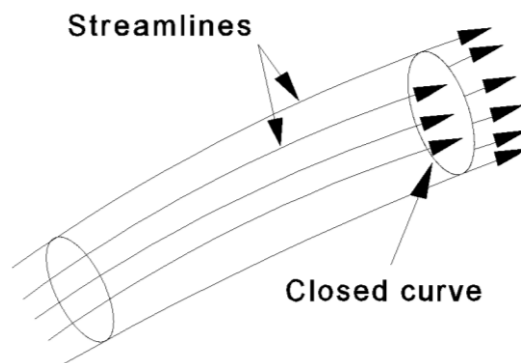


Fig. N° 3.6 se muestra la línea de corriente en una curva cerrada

3.2.1 Descripción del Flujo en Movimiento: Es complejo debido a que cada partícula que compone el medio continuo tiene su propia velocidad y aceleración que varía respecto a la posición y el tiempo.

Existen dos métodos muy conocidos que se usan para describir el movimiento de los fluidos: Método de Lagrange y Método de Euler.



Fig. N° 3.7 se muestra la descripción del movimiento del flujo

a) **Método de Lagrange:** Estudia el movimiento de las partículas fluidas a lo largo de sus trayectorias, haciendo su seguimiento de dicha partícula y describiendo lo que le sucede a lo largo del tiempo.

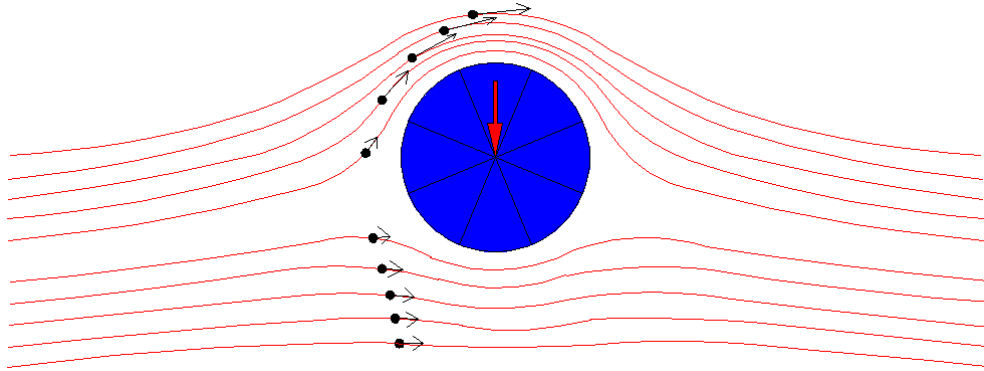


Fig. N° 3.8 se muestra la descripción del movimiento del flujo por el método de Lagrange.

Se usa en la Mecánica de sólidos y en el estudio de la Dinámica pero restringido en el caso de fluidos para:

- Número de partículas pequeñas.
- Si todas las partículas se mueven como sólido rígido.
- Desplazamiento de las partículas es pequeño respecto a su posición inicial y de equilibrio.

Sea: (a, b, c) posición inicial de partícula

t= to: tiempo inicial

Coordenadas de posición:

$$x = x(a, b, c, t)$$

$$y = y(a, b, c, t)$$

$$z = z(a, b, c, t)$$

Las propiedades del fluido también estarán asociadas a: (a, b, c,t)

Componentes de Velocidad y de aceleración:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\partial x}{\partial t} & a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\
 v &= \frac{\partial y}{\partial t} & a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\
 w &= \frac{\partial z}{\partial t} & a_z &= \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Ecuaciones paramétricas de trazas de partículas fluidas de identidad fija:

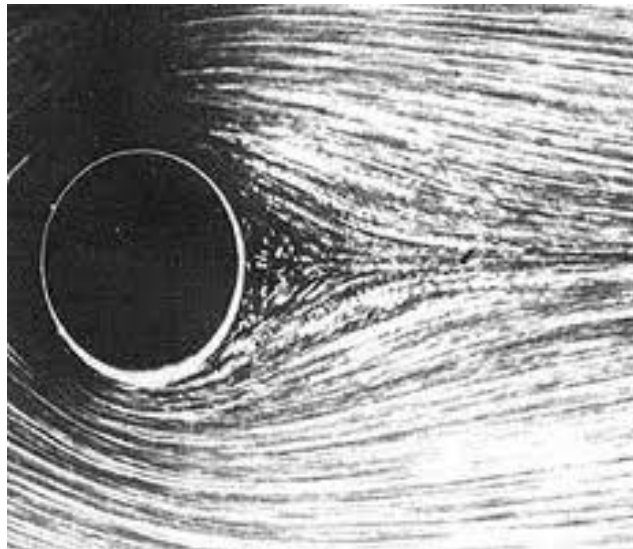


Fig. N° 3.9 se muestra la descripción del movimiento del flujo por el método de Lagrange

b) Método de Euler: El análisis se realiza en un punto o región particular en el espacio y describe lo que sucede en un punto (dentro y en las fronteras de la región) a lo largo del tiempo. Las propiedades de una partícula de fluido dependen de la localización de las partículas en el espacio y en el tiempo.

Los componentes de velocidad en las posiciones x, y, z en un tiempo t son:

$$\begin{aligned}
 u &= u(x, y, z, t) & u &= \frac{\partial x}{\partial t} \\
 v &= v(x, y, z, t) & v &= \frac{\partial y}{\partial t} \\
 w &= w(x, y, z, t) & w &= \frac{\partial z}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

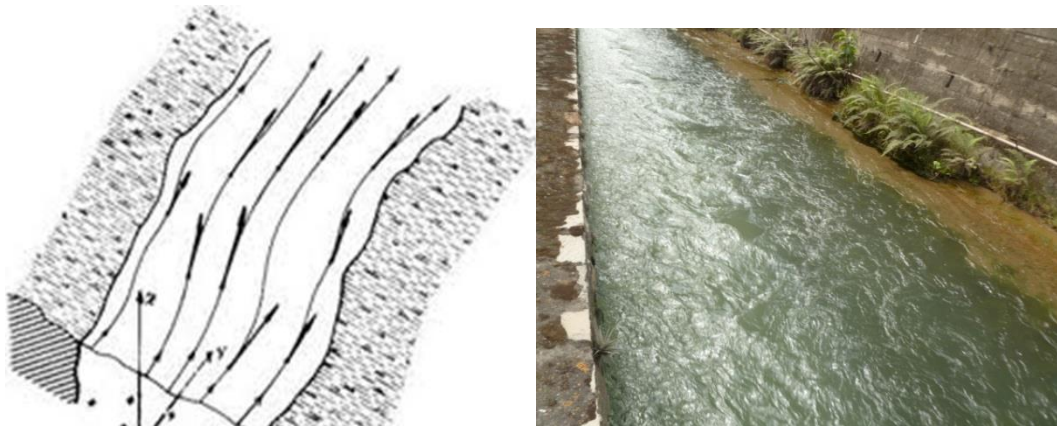


Fig. N° 3.10 se muestra la descripción del movimiento del flujo por el método de Euler.

DERIVADA SUSTANCIAL

Sea $\mathbf{B}(x, y, z, t)$: propiedad de un medio continuo (densidad, velocidad, esfuerzo, temperatura).

A un incremento de $d\mathbf{B}$ le corresponde incrementos arbitrarios independientes: dx, dy, dz, dt .

Según Euler el incremento es una función de su posición y del tiempo, entonces:

$$d\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} dx + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} dy + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z} dz + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dt \quad (3.3)$$

Según el método lagrangiano un incremento en $d\mathbf{B}$ es función del tiempo solamente:

$$d\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dt$$

De la ecuación de Velocidad de Euler:

$$dx = u dt; \quad dy = v dt; \quad dz = w dt$$

La ecuación (d) es una expresión Euleriana pero con el concepto de Lagrange de hacer el seguimiento de una partícula.

De (d):

$$\frac{D\mathbf{B}}{dt} = \frac{d\mathbf{B}}{dt} = u \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.4)$$

Ecuación que enlaza las ecuaciones Eulerianas y de Lagrange

Derivada Sustancial

Derivada convectiva:

$$\frac{D\mathbf{B}}{dt}$$

Derivada local:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad u \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z}$$

Campo de aceleración del flujo

Tomando la velocidad como propiedad B:

$$a = \frac{D\bar{V}}{dt} = u \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial t}$$

Como los tres componentes escalares de la ecuación son:

$$a_x = \frac{Du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.5)$$

$$a_y = \frac{Dv}{dt} = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$a_z = \frac{Dw}{dt} = u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

3.3 Métodos del sistema y de volumen de control:

Las leyes o principios fundamentales se pueden aplicar ya sea a un sistema o a un volumen de control.

Sistema: Es definido como una cantidad de materia [fluido] cuya masa e identidad permanecen fijas durante el análisis. Esta definición de sistema corresponde a los denominados “sistemas cerrados” en termodinámica

Un sistema puede cambiar de forma, posición, y propiedades termodinámicas, pero siempre debe contener la misma materia. Por último, un sistema puede ser infinitesimalmente pequeño (una partícula fluida) o finito (un trozo de fluido).

Ej: Gas en pistón

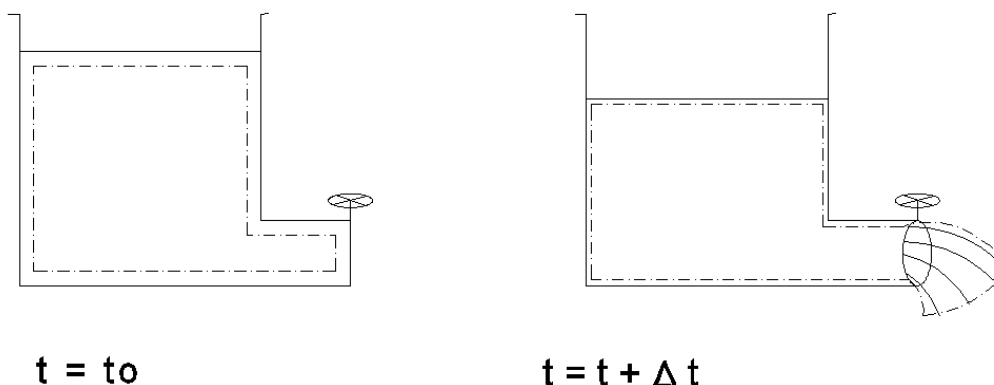


Fig. N° 3.11 se muestra la definición del volumen de control.

No se puede centrar la atención en la masa fija y para mecánica de fluidos es mejor analizar sobre un volumen en el espacio, sobre el cual el fluido fluya, por lo que se recurre al volumen de control.

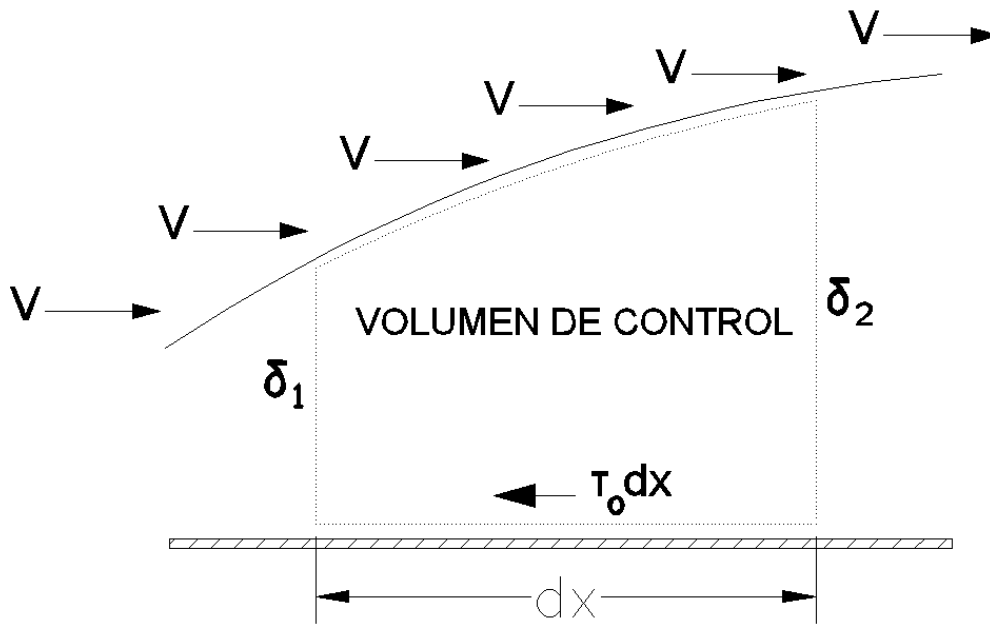


Fig. N° 3.12 se muestra la definición del volumen de control.

Volumen de Control: Es una región específica del espacio que se elige para el análisis. Igualmente, un volumen de control puede ser infinitesimalmente pequeño o finito; se puede mover o permanecer fijo en el espacio, puede ser deformable o no deformable. Los límites del volumen de control se denominan superficie de control.

El punto de vista del sistema se relaciona con la descripción Lagrangiana del flujo. Es decir. Cuando las leyes fundamentales de los medios continuos se aplican a un sistema, estamos empleando el método de análisis de Lagrange. En cambio, cuando se aplica a un volumen de control se está empleado el método de análisis de Euler.

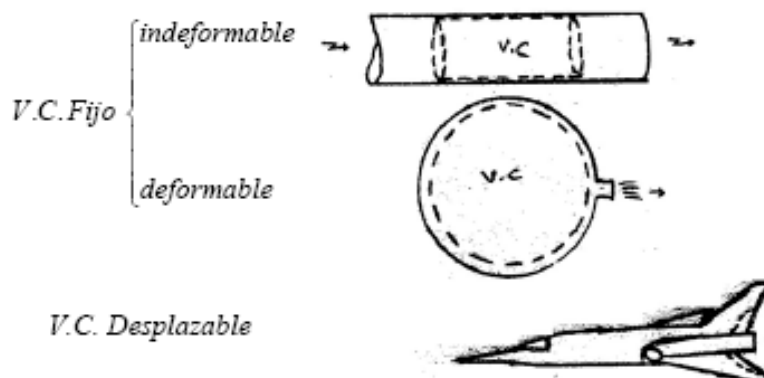


Fig. N° 3.13 se muestra la definición del volumen de control, en diferentes casos a presentarse.

IV. DINAMICA DE FLUIDOS

4.1 Introducción: Es el estudio del fluido en movimiento tomando en cuenta la aplicación de los principios fundamentales de la mecánica y la termodinámica, para desarrollar un entendimiento físico entre las propiedades de los fluidos y las fuerzas que interactúan entre el fluido y sus fronteras, determinando un patrón de flujo resultante.

Las ecuaciones básicas que describen el flujo en movimiento son:

- Principio de conservación de la materia (Ecuación de Continuidad).
- Principio de conservación de cantidad de movimiento (2da. Ley del Movimiento de Newton).
- Principio de conservación de la energía (1ra. Ley de la Termodinámica).
- Principio de entropía (2da. Ley de la termodinámica)
- En adición a los principios fundamentales, existen numerosos principios secundarios, que se aplican a tipos específicos de medios continuos, entre ellos:
 - Ecuación de estado de los gases perfectos, aplicable sólo a fluidos que se aproximan al gas perfecto, tales como el aire, el oxígeno y el helio.
 - Ley de Newton de la viscosidad, es cierta solamente para algunos fluidos denominados fluidos newtonianos, y no se aplica a sólidos.
- Existen cinco variables básicas en Mecánica de Fluidos: 3 componentes de velocidad y 2 propiedades termodinámicas que pueden ser: Temperatura, Presión, Densidad, Entalpía, Entropía, etc. (Se escogen solo dos propiedades termodinámicas porque son suficientes para determinar el estado fluido).

Estas cinco variables determinadas en función del espacio y del tiempo, describen el campo de flujo de un fluido. Se necesitan entonces cinco ecuaciones independientes para resolver las incógnitas:

- Tres componentes de la ecuación del movimiento
- Ecuación de Continuidad.
- Ecuación de Energía.

En un flujo turbulento aparecen incógnitas adicionales para el mismo número de ecuaciones lo cual impide un desarrollo completamente teórico del problema.

4.2 Análisis integral y diferencial:

4.2.1 El análisis Integral: Es el análisis físico de un volumen imaginario (volumen de control), transformando las leyes básicas del sistema a un

sistema de ecuaciones integrales en un volumen de control, haciendo uso del método euleriano.

Al analizar un volumen de control no siempre se dispone de datos detallados sobre el flujo con el cual se puedan dar simplificaciones de las integrales. Una información más detallada se obtiene por medio de pruebas de laboratorio (modelos a escala reducida) ó por técnicas analíticas, reduciendo el estudio a puntos fijos de donde se obtienen finalmente las ecuaciones de la mecánica de los fluidos en forma diferencial

4.2 Ecuación de continuidad - conservación de la masa:

4.2.1 Ecuación de continuidad en forma integral:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} \rho dV + \int_{S.C} \rho \mathbf{V}_r \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C} \rho dV = - \iint_{S.C} \rho \mathbf{V}_r \cdot d\mathbf{A} \quad (4.1)$$

$d\mathbf{A}$: "La relación de cambio de masa dentro del volumen de control, es igual al flujo neto de masa al atravesar la superficie de control".

\mathbf{V}_r : Velocidad relativa, medida respecto al volumen de control.

Forma unidimensional de la ecuación de continuidad: Si tenemos un flujo continuo y permanente en un ducto. Considerando el flujo incompresible, normal a las secciones transversales y que no hay flujo a través de la superficie lateral del ducto:

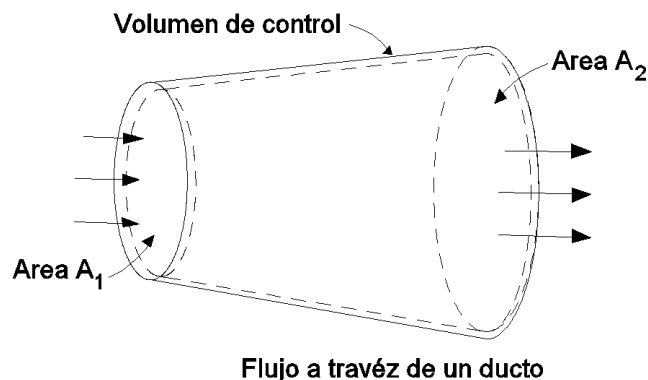


Fig. N° 4.1 se muestra la definición del volumen de control.

Como el fluido es incompresible: $\rho = \text{cte}$. Aplicando esta condición en la ecuación de continuidad (7.1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} \rho dV &= \int_{V.C} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0 \\ 0 &= \int_{S.C} \rho \mathbf{V}_r \cdot d\mathbf{A} = \int_{S.C.entrada} \rho (V dA \cos \theta) + \int_{S.C.salida} \rho (V dA \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\int_{A1} \rho V dA = \int_{A2} \rho V dA \quad \rho_1 \int_{A1} V dA = \rho_2 \int_{A2} V dA \quad \nabla = \frac{1}{A} \int V dA$$

La velocidad media se puede expresar como, entonces:

$$\dot{m} = \rho_1 \bar{V}_1 A_1 = \rho_2 \bar{V}_2 A_2 \quad \int_A V dA = \bar{V} A \quad (4.3)$$

De (b) en (a):

Es la ecuación de continuidad para flujo uniforme y permanente, siendo flujo másico.

De la condición del enunciado el flujo es incompresible, por lo tanto: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ y la ecuación (c) se transforma en:

$$Q = \bar{V}_1 A_1 = \bar{V}_2 A_2 \quad (4.4)$$

Que es la ecuación de continuidad para flujo permanente, incompresible y unidimensional.

4.2.2 Ecuación de continuidad en forma diferencial:

Considerando: un V.C. de dimensiones dx, dy, dz ; que el flujo de masa a través de la superficie de control, es igual a la velocidad de pérdida de masa en el interior del volumen de control.

$$\iint_{s.c} \rho \mathbf{V}_r \cdot d\mathbf{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C} \rho dV \quad (4.5)$$

Haciendo el análisis de flujo de masa en el V.C., a nivel diferencial obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z) = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Ecuación general de Continuidad en forma Diferencial

Que simplificando se puede expresar como:

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.6)$$

Reduciendo la expresión (a) para un fluido permanente incompresible:

$$\nabla \rho = 0 \text{ y } \delta \rho / \delta t = 0$$

Entonces:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (4.7)$$

Ecuación de Continuidad para flujo permanente e incompresible.

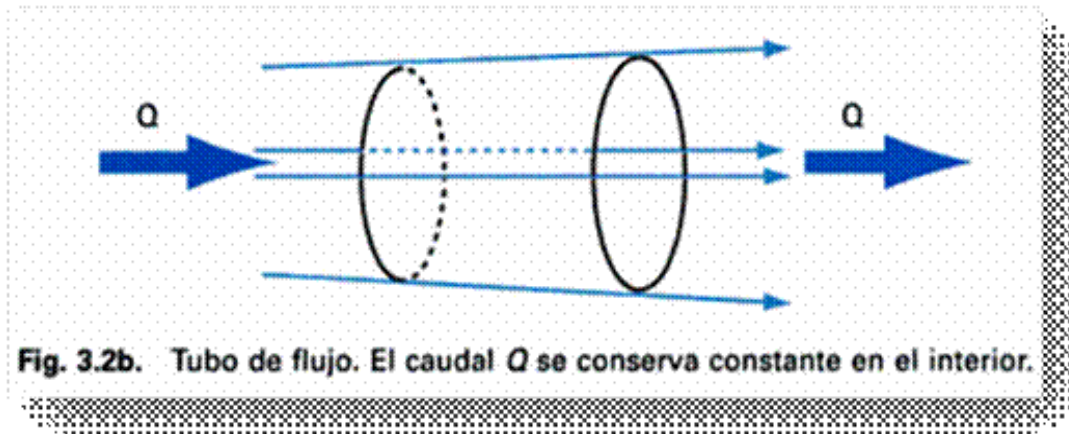


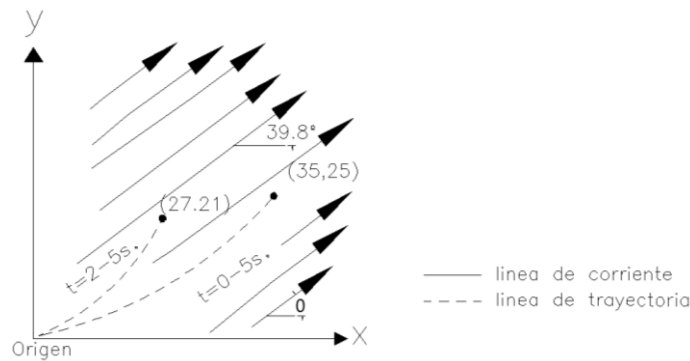
Fig. N° 4.2 se muestra la definición del volumen de control.

PROBLEMAS PROPUESTOS

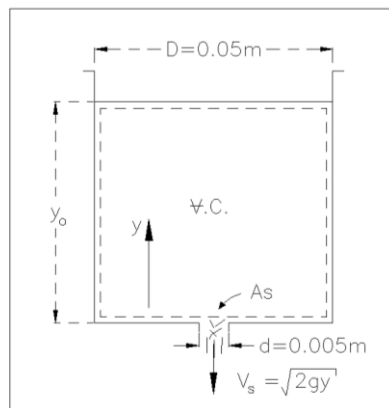
1. Por una tubería cilíndrica de diámetro de 150 mm el agua se bombea de un recipiente caliente a otro frío, a razón de 20 kg/s. Determinar la velocidad media de la corriente de agua en la sección al principio y el final de la tubería, si la temperatura en el agua al principio de esta es igual a + 80 °C, y al final +15 °C, las densidades son respectivamente 0.954 kgf/m³ y 0.999 kgf/m³.
2. Suponiendo que la configuración mostrada en la figura adjunta, sea bidimensional, calcule la rapidez de variación de la masa dentro de la configuración, por unidad de espesor
3. Un flujo de gas pasa por entre dos placas. En la sección (1) la velocidad es uniforme ($v_1=1.2$ m/s). si la distribución de la velocidad en (2) es $V_2=V_{\max} [1-(y/H)^2]$, y T_2 es el doble que T_1 . Hallar cuánto vale V_{\max} , si $p_1=3$ kgf/cm² absolutos.
4. Un tanque cilíndrico de diámetro $D=50$ mm, se está descargando, a través. De un orificio con diámetro $d=5$ mm, practicando en el fondo del tanque. La velocidad con que sale el líquido del recipiente se puede aproximar como $V = \sqrt{2gy}$, en donde, y es la altura de desde el fondo del recipiente hasta la superficie libre. Si el tanque se encuentra lleno inicialmente con agua hasta un nivel $y=0.4$ m, determine el nivel del agua en el instante, $t=12$ seg y el tiempo necesario para vaciarlo completamente.
5. El flujo en la zona de entrada entre las placas paralelas de la figura es uniforme, $V=V_0=4$ cm/s, mientras que aguas abajo el flujo se desarrolla hasta alcanzar el perfil parabólico laminar: $V=az(Z_0-Z)$, donde "a" es una constante ¿Cuál es el valor de V_{\max} en m/s si el flujo es estacionario con $Z_0=1$ cm y el fluido es glicerina a 20°C?
6. A través del tubo de longitud L y radio $R=3$ pulg fluye agua en estado estacionario. Calcule el valor de la velocidad uniforme a la entrada, U , si la distribución de velocidades en la sección de salida está dada por:

$$U = 10 \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right]$$

7. Un campo de velocidad está dado por $V = (2t+2)\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$ (m/s). Dibuje las líneas de trayectoria de dos partículas hasta cuando $t=5$ s, una surge en el origen cuando $t=0$, y la otra en el origen cuando $t=2$ s, además dibuje las líneas de corriente cuando $t=5$ s.



8. Un tanque cilíndrico de diámetro $D= 50 \text{ mm}$, se está descargando, a través de un orificio con diámetro $d=5 \text{ mm}$, practicando en el fondo del tanque. La velocidad con que sale el líquido del recipiente se puede aproximar como, $V = \sqrt{2gy}$, en donde y es la altura de desde el fondo del recipiente hasta la superficie libre. Si el tanque se encuentra lleno inicialmente con agua hasta un nivel $y=0.4 \text{ m}$, determine el nivel del agua en el instante, $t=12 \text{ seg}$ y el tiempo necesario para vaciarlo completamente.



9. En la figura se muestra un tanque cilíndrico el cual es llenado mediante las válvulas A y B con velocidad constante, y se descarga a través de las válvulas C y D. el llenado del tanque:

- Solo A igual a 4 horas.
 - Solo B igual a 5 horas.
- El vaciado total del tanque:

- Solo C igual a 3 horas.
- Solo D igual a 06 horas

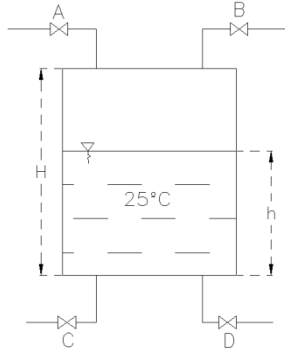
Para un instante $t= 0$; se tiene que $h= H/2$.

Si se abren simultáneamente las válvulas A, B, C, y D. determine el tiempo en que se demora en alcanzar la octava parte de la altura del tanque?

Considerando:

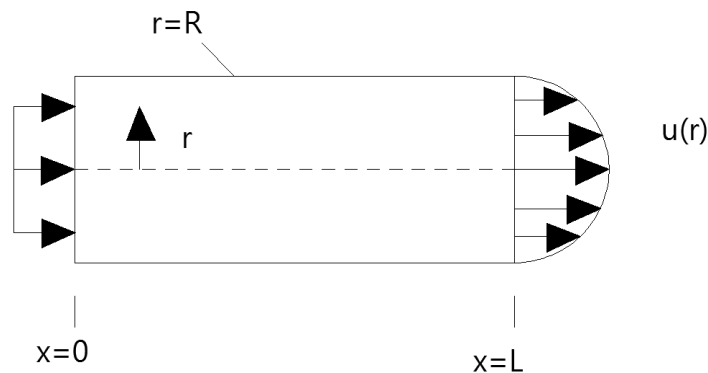
- Volumen de control deformable (V no constante)
- Flujo incompresible y unidimensional

- Flujo uniforme en las secciones de entrada y salida



10. En la figura adjunta se presenta agua, considerada incompresible, fluyendo de forma estacionaria en un conducto de sección circular. La velocidad en la entrada es constante, $u=U_0$ y la velocidad en la salida se aproxima por la de un flujo turbulento, Determine la relación U_0/u_{max} de este flujo.

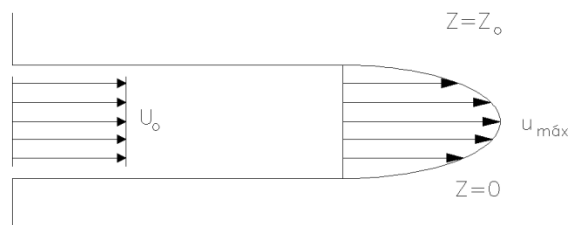
$$u = u_{max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$



11. El flujo compresible y estacionario entre dos placas paralelas de la figura adjunta es uniforme, $u=U_0=8 \text{ cm/s}$, mientras que aguas abajo el flujo pasa a tener el perfil laminar parabólico

$$u = az(z_0 - z)$$

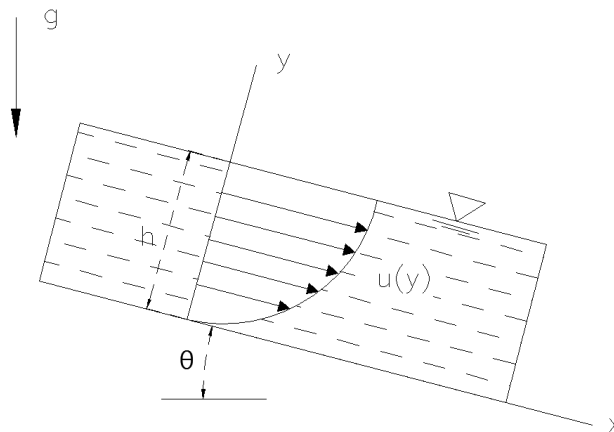
Donde a es constante. Si $z_0=4 \text{ cm}$ y el fluido es SAE a 20° C ¿cuál es el valor de u_{max} en cm/s ?



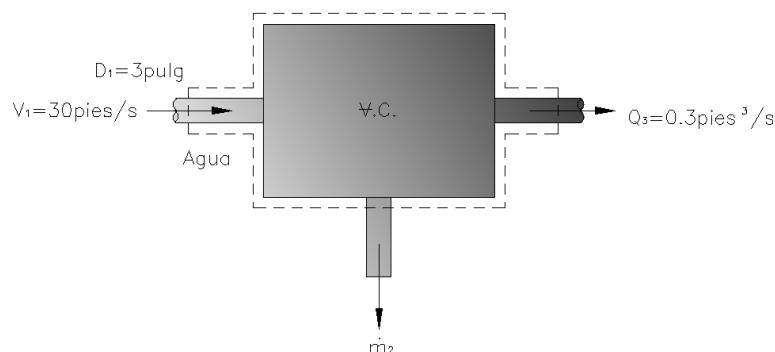
12. En la figura adjunta, una fina capa de líquido se desplaza sobre un plano inclinado con un perfil de velocidades laminar

$$u = U_0 \left(\frac{2y}{h} - \frac{y^2}{h^2} \right)$$

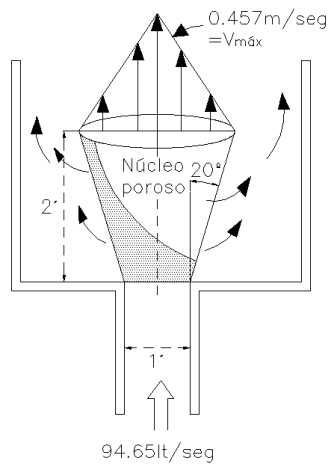
Donde U_0 es la velocidad de la superficie. Si el plano tiene una anchura b perpendicular al papel, determine el caudal de la capa de líquido. Suponga que $h=0.5$ in y que el caudal por cada pie de anchura del canal es de 1.25 gal/min. Estime U_0 en pies por segundo.



13. De la figura mostrada, calcule el flujo másico en 2 (kg/s) de modo que dm/dt del dispositivo sea cero.



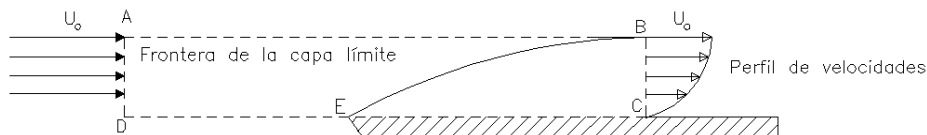
14. Se diseña un dispositivo de transmisión, utilizando el sistema pistón y cilindro que se muestra en la figura mostrada. Si el pistón de la izquierda tiene una aceleración de 3 m/s². ¿cuál es la aceleración instantánea del punto A?



15. Un flujo que se desplaza sobre una placa, se adhiere a ella y forma una capa límite de velocidad reducida. Como se muestra en la figura adjunta. La distribución de las velocidades en la posición de la corriente arriba, es uniforme e igual a u . La distribución de las velocidades en BC, sería de acuerdo con la relación:

$$u = U_o \left[\frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$$

En donde δ , es el espesor de la capa límite. Calcule el flujo de masa que circula a través de la superficie AB de volumen de control, si el ancho de una placa es de L unidades y suponiendo que no hay flujo en la a través de DE.



16. Por una tubería ramificada circula agua; el diámetro de la tubería de corriente arriba es de 15 cm, y los de los brazo son de 2.5 y 5 cm. La distribución de velocidades del agua que entra a la tubería, está determinada por la relación:

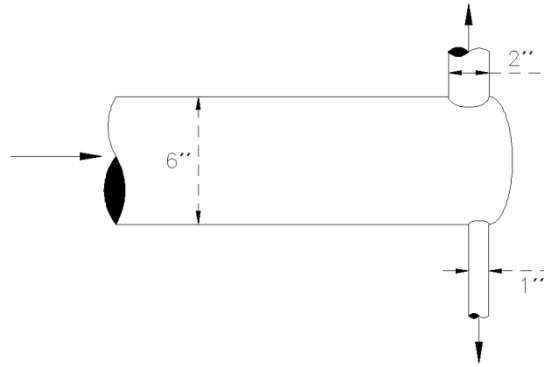
$$V = \left[1 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 \right] V_{max}$$

De donde: R_1 =radio del tubo, 15 cm. Mientras que, en cada una de las ramas, la velocidad varía en la siguiente forma:

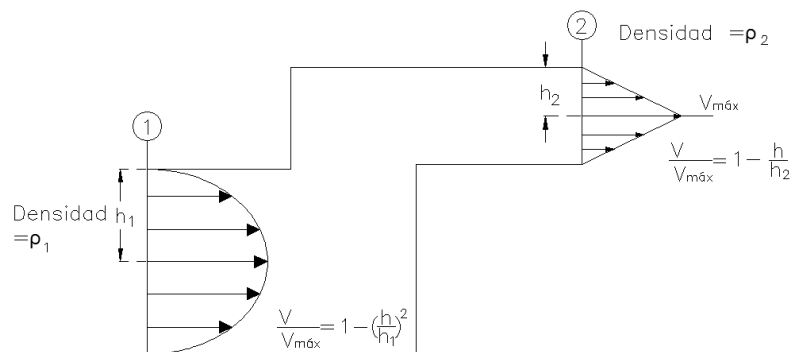
$$V = \left(1 - \frac{r}{R_o} \right)^{1/2} V_{max}$$

De donde: R_o = Radio del tubo.

Si V_{max} , en el tubo de entrada, es de 1.45 m/min, y en el de 2.5 cm de diámetro, la $V_{max} = 8.2$ m/min, hallar la velocidad media del flujo en el tubo de 5 cm de diámetro.



17. Suponiendo que la configuración mostrada en la figura adjunta, sea bidimensional, calcule la rapidez de variación de la masa dentro de la configuración, por unidad de espesor.

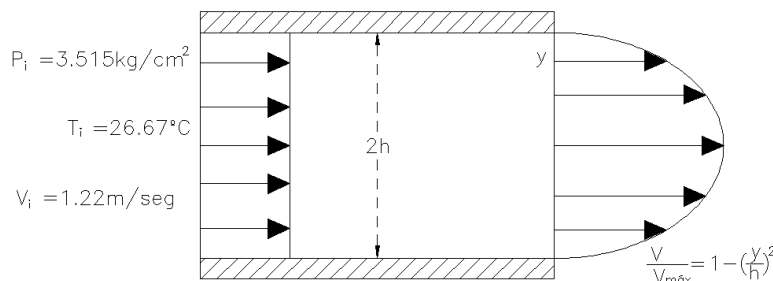


18. Se hace circular aire entre dos placas lisas (ver figura adjunta). El flujo es uniforme en la entrada con:

$$P_i = 3.5 \text{ kg/cm}^2, T_i = 27^\circ \text{ C}, V_i = 1.2 \text{ m/s}$$

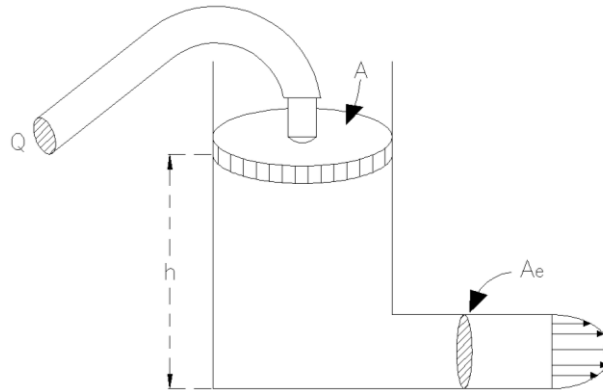
Suponiendo, en el primer cálculo, que el flujo es isotérmico, y que la presión de descarga es de 1.75 kg/cm², calcule V_{max} de la línea central, si:

$$V = V_{max} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]$$



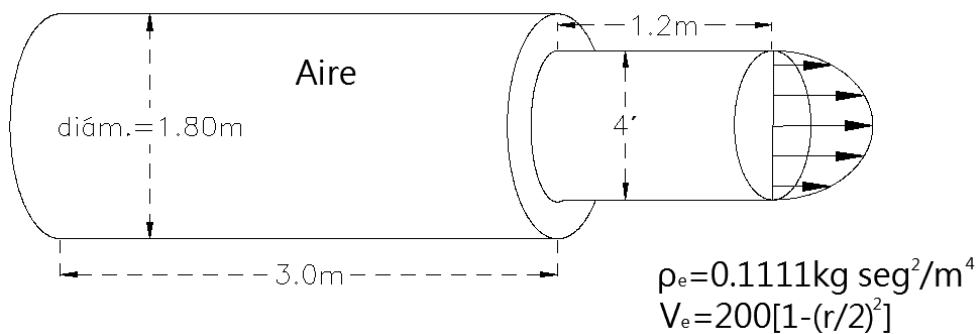
19. Se bombea agua, con una manguera de caucho, aun tanque cilíndrico, cuya tapa puede ser impulsada hacia arriba (ver figura adjunta). El tanque tiene un tubo en la base, a través del que se descarga el agua, en condiciones de flujo laminar:

$$\frac{V_e}{V_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$



El gasto de agua que entra al tanque es de Q (m^3/s). La sección transversal del tanque es A y su altura, h . si $V_{max} = C_1h$, encuentre el valor de h , en función del tiempo, suponiendo que $h=H$, cuando $t=0$. Determine si h tiene un valor máximo.

20. Analice el gasto de fluido que sale del tanque circular que aparece en la figura del problema anterior. Encuentre dp/dt .



V. ECUACION DE LA ENERGIA

Introducción: En este tema se desarrollaran las tres ecuaciones: conservación de la masa, de Bernoulli y la ecuación de la energía.

La ecuación de la masa, es una expresión del principio de conservación de la masa. La ecuación de Bernoulli se refiere a la conservación de la energía cinética, potencial y la energía de un flujo de fluido y su transformación en las regiones del flujo en donde las fuerzas viscosas netas son despreciables y donde se aplican otras condiciones restrictivas, y la ecuación de la energía es el balance de la energía mecánica.

5.1 Ecuación integral de conservación de la energía - 1ra. ley de la termodinámica:

El principio general de energía está basado en la Primera Ley de la Termodinámica, esta ley estipula que:

La variación de energía durante una transformación = cantidad de energía que el sistema recibe o imparte a sus alrededores.

La energía se puede clasificar como: energía almacenada y energía en transición.

Energía almacenada (E):
$$E = \frac{mV^2}{2} + mgz + mu \quad (5.1)$$

Energía Cinética: Asociada con el movimiento del sistema

mgz: Energía Potencial, asociada con la posición en el campo gravitacional de la tierra.

mu: Energía interna específica asociada con el comportamiento molecular y atómico.

5.2 Energía en transición: Hay dos clases de energía en transición: calor y trabajo.

Calor (Q): Energía en transición entre el sistema y sus alrededores como resultado de diferencias de temperatura entre ambos.

Trabajo (W): Energía en transición entre el sistema y sus alrededores cuando hay fuerzas actuando en la frontera del sistema.

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \left(\frac{dE}{dt} \right)_{SIST.} \quad (5.2)$$

Para transformar esta ecuación de conservación de energía del sistema al volumen de control, aplicamos la ley de transformación, considerando E, como propiedad extensiva y $e=E/m$ como propiedad intensiva:

$$e = \frac{V^2}{2} + gz + u \quad (5.3)$$

Entonces:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{SIST.} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \iint_{S.C} e(\rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C} e \rho dV \quad (5.4)$$

Ecuación Integral de la conservación de energía

La energía total transferida dentro del V.C en forma de calor y trabajo en un tiempo t es igual a la razón neta de emisión de energía almacenada desde el V.C en un tiempo t y la razón neta de incremento de energía almacenada dentro del V.C en un instante t.

El trabajo realizado por la masa fluida dentro y en los alrededores del V.C. en el instante t consiste en:

$$\mathbf{W = W_f + W_s} \quad \frac{dW}{dt} = \frac{dW_f}{dt} + \frac{dW_s}{dt}$$

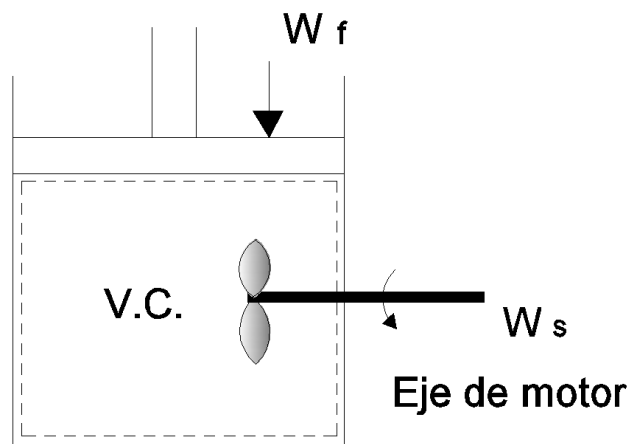


Fig. N°5.1 se muestra la generación de energía a través de un motor

- **Ws:(ShaftWork):** Trabajo de flecha o trabajo al eje, es el trabajo que da o recibe el volumen de control, proporcionado por una turbomaquina.

Si el sistema proporciona trabajo al eje $W_s (+)$ Ej.: Turbina

Si el sistema recibe trabajo $W_s (-)$ Ej: Bomba

- **Wf: (Flowwork):** Trabajo de flujo, es el trabajo que realiza el medio ambiente (esfuerzos normales debido al ambiente σ_n y a esfuerzos cortantes debido a la viscosidad τ) sobre el sistema (Volumen de Control) ó viceversa.
- El trabajo de flujo realizado en los alrededores del V.C. en el instante t es:

$$\frac{dW_f}{dt} = \iint_{S.C} (\tau + \sigma_n) \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Para un flujo no viscoso $\tau = 0$:
$$\frac{dW_f}{dt} = \iint_{S.C} (\sigma_n) V \cdot d\bar{A} = \iint_{S.C} (p) V \cdot d\bar{A} = \iint_{S.C} p V \cdot d\bar{A}$$

$$\frac{dW_f}{dt} = \iint_{S.C} \left(\frac{p}{\rho} \right) \rho V \cdot d\bar{A}$$

La ecuación anterior se transforma en:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} = \iint_{S.C} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u + \frac{p}{\rho} \right) \rho V \cdot d\bar{A} + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho dV \quad (5.5)$$

Ecuación General de Energía.



Fig. N°5.2 se muestra la salida de agua natural.

5.3 Ecuación de energía para sistema de flujo permanente y unidimensional:

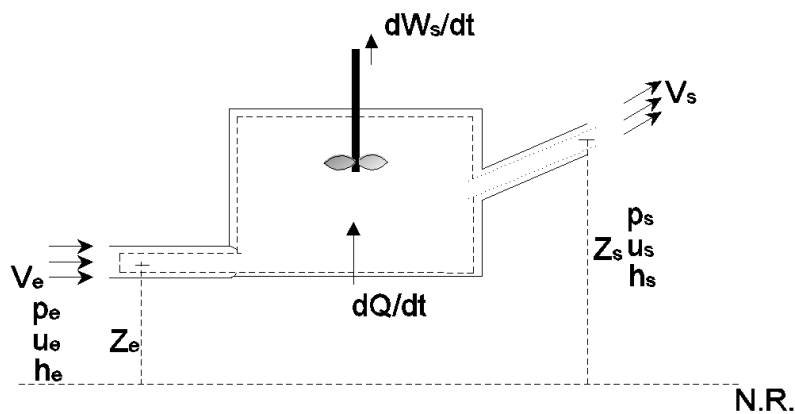


Fig. N°5.3 se muestra un sistema de flujo permanente y unidimensional.

dQ/dt : calor transferido al sistema considerando:

– Flujo permanente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} e \rho dV = 0$$

Flujo uniforme en las secciones de entrada y salida

Por continuidad

$$\rho_e V_e A_e = \rho_s V_s A_s = \frac{dm}{dt} = \dot{m}$$

$u_e = u_s$, por ser flujo permanente

$$\frac{1}{mg} \left(\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} \right) = \left(\frac{V_s^2}{2g} + z_s + \frac{p_s}{\gamma_s} \right) - \left(\frac{V_e^2}{2g} + z_e + \frac{p_e}{\gamma_e} \right) \quad (5.6)$$

Ecuación de la energía para un flujo unidimensional uniforme en estado permanente



Fig. N°5.4 se muestra la salida de agua en un canal natural.

5.4 Análisis de Turbomáquinas:

De la ecuación anterior:

$$\frac{1}{mg} \frac{dQ}{dt} - \frac{1}{mg} \frac{dW_s}{dt} = \left(\frac{V_s^2}{2g} + z_s + \frac{p_s}{\gamma_s} \right) - \left(\frac{V_e^2}{2g} + z_e + \frac{p_e}{\gamma_e} \right) \quad (5.7)$$

Ecuación de Energía de una Bomba: La bomba entrega energía útil a un fluido, elevando la presión de un fluido en movimiento, si consideramos

- **Flujo adiabático y no viscoso** $\frac{dQ}{dt} = 0$

Flujo permanente y unidimensional

Flujo uniforme en la entrada y en la salida

$W_s = -W_B$ trabajo de la bomba (sistema recibe trabajo)

Analizando el componente del trabajo de eje (W_s) en la ec. Anterior:

$$-\frac{1}{mg} \frac{dW_s}{dt} = -\frac{1}{mg} \left(-\frac{dW_B}{dt} \right) = H_B$$

$$-\frac{1}{\dot{m}g} \frac{dW_s}{dt} = -\frac{1}{\dot{m}g} \frac{dW_T}{dt} = -H_t \quad (5.8)$$

Trabajo que se comunica a la bomba por unidad de masa ó carga total de la bomba: HB

Ecuación de energía para una bomba con flujo adiabático, permanente y uniforme.

Ecuación de energía de una turbina: La Turbina extrae energía de un flujo, es decir cuando un fluido en movimiento atraviesa una turbina, la presión en dicho flujo disminuye. Considerando las mismas condiciones de flujo del análisis anterior:

WS = WT (Trabajo de la turbina).



Fig. N°5.5 se muestra una caída de agua.

(+ Porque sistema da trabajo)

Analizando:

$$\frac{V_e^2}{2g} + \frac{P_e}{\gamma} + Z_e + H_B = \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + Z_s + h_{p_{e-s}} \quad (5.9)$$

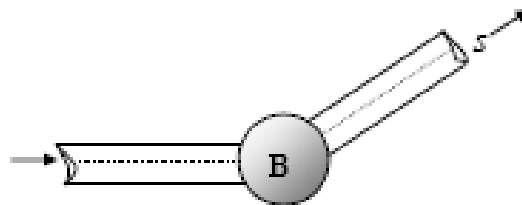


Fig. N°5.6 se muestra la presencia de una bomba en un sistema de tuberías.

HT: carga total de la Turbina:

Ordenando y considerando las condiciones de flujo adiabático, permanente y uniforme en una turbina, transformamos la ecuación (5.9) en:

$$\frac{V_e^2}{2g} + \frac{P_e}{\gamma} + Z_e = H_t + \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + Z_s + h_{p_{e-s}} \quad (5.10)$$

Ecuación de energía para una turbina con flujo adiabático, permanente y uniforme.

La Ecuación de Bernoulli como una forma especial

De la 1ra. Ley de Termodinámica:

Si consideramos un flujo permanente, unidimensional y uniforme, obtendremos la ec. (4.18) y si se elige un tubo de corriente como V.C:

Si consideramos además que el flujo no recibe ni da trabajo ó sea que hay ausencia de esfuerzos cortantes ($dW_s/dt=0$), la ec.(4.18) también se puede expresar como

$$\frac{1}{mg} \left((u_e - u_s) + \frac{dQ}{dt} \right) = \left(\frac{V_s^2}{2g} + z_s + \frac{P_s}{\gamma_s} \right) - \left(\frac{V_e^2}{2g} + z_e + \frac{P_e}{\gamma_e} \right) \quad (5.11)$$

En flujos incompresibles un incremento de energía interna produce incremento de temperatura y generalmente no es energía recuperable para el sistema de flujo, debido a esta razón el componente izquierdo de la ecuación anterior.

$$\frac{1}{mg} \left((u_e - u_s) + \frac{dQ}{dt} \right) = h_f$$

Si el flujo es asumido no viscoso (sin fricción) entonces $h_f = 0$

$$\frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s = \frac{P_e}{\gamma} + \frac{V_e^2}{2g} + z_e \quad \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = cte \quad (5.12)$$

Ecuación de Bernoulli

5.5 Ecuación de Bernoulli: La ecuación de Bernoulli para un flujo permanente, incompresible, sin fricción en un tubo de corriente.

Esta ecuación da resultados bastante aproximados en muchos problemas de ingeniería, siempre y cuando se aplique en sistemas donde el flujo esté acelerando de tal modo que se puede despreciar h_f .

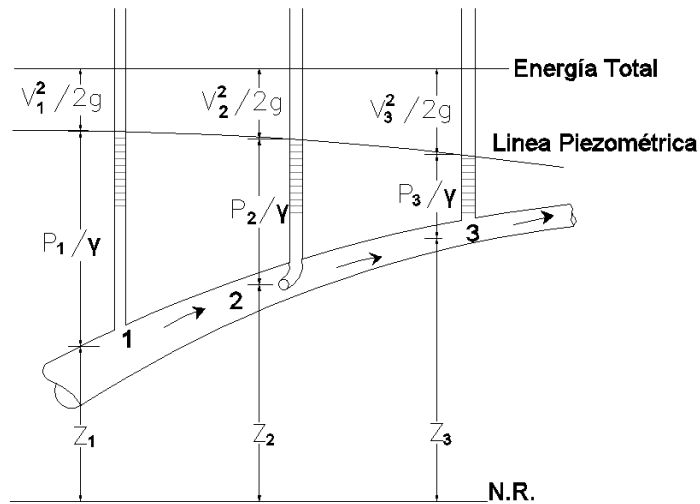


Fig. 5.7 se muestra la representación grafica de la ecuación de Bernoulli

5.5.1 Limitaciones en el uso de la ecuación de Bernoulli:

- Flujo estacionario
- Flujo sin fricción
- Ningún trabajo
- Flujo incompresible
- Ninguna transferencia de calor
- Flujo a lo largo de una línea de corriente.

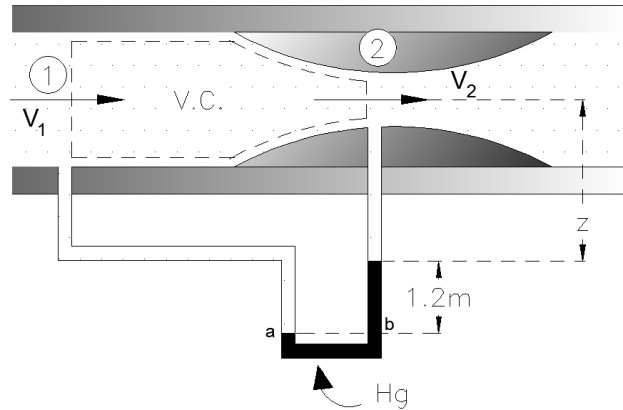
5.6 Aplicación de la mecánica de fluidos a las turbomaquinas:

Bomba: Es aquella turbomaquina que se emplea para entregar energía a un fluido (en movimiento). La bomba generalmente eleva la presión de un fluido en movimiento, es decir por un lado entra el fluido a cualquier presión y por el otro lado sale a una presión superior y constante.

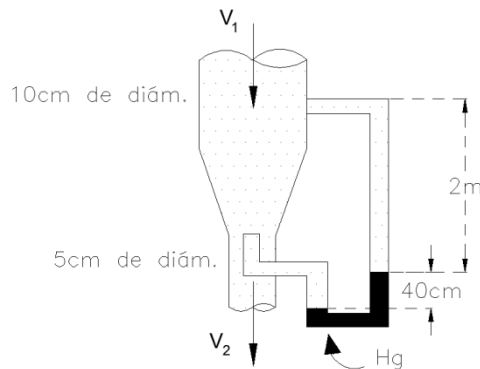
Turbina: Es aquella turbomaquina que se emplea para atraer energía de un flujo. Cuando un fluido en movimiento atraviesa una turbina, la presión en dicho flujo decrece o disminuye ahora.

PROBLEMAS PROPUESTOS

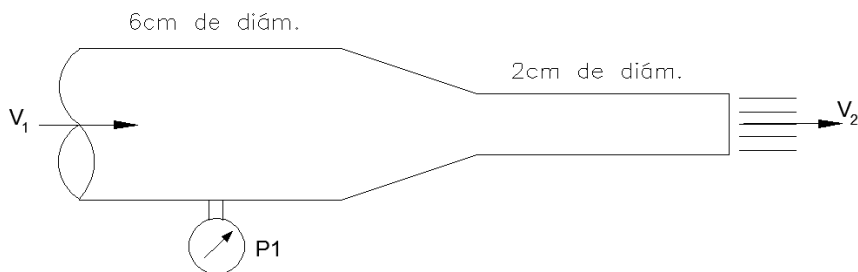
1. Un medidor de Venturi mostrado, reduce el diámetro del tubo de 10 cm a un mínimo de 5 cm, calcule la velocidad del flujo y el flujo de masa suponiendo condiciones ideales.



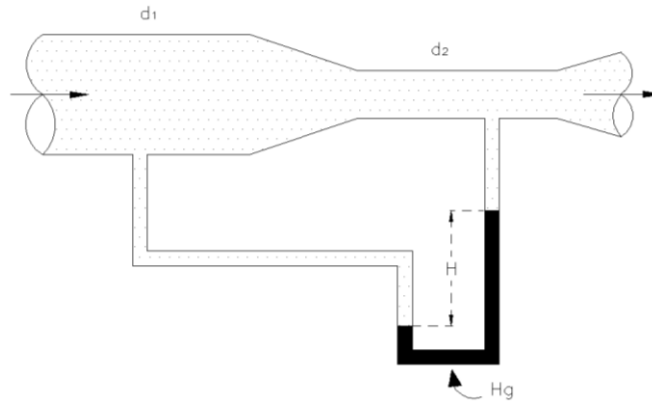
2. Calcule la velocidad V_1 , del agua en el tubo vertical mostrado, de la figura adjunta, suponiendo que no existen pérdidas.



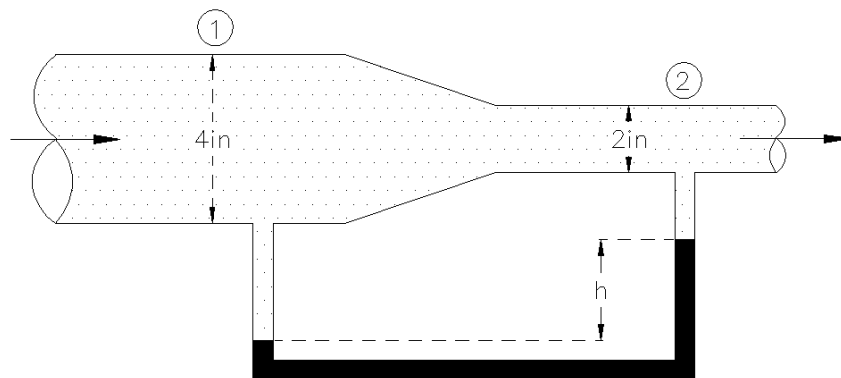
3. Calcular la presión P_1 , mostrada en la figura adjunta, necesaria para mantener una velocidad de flujo de $0.08 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua en una tubería horizontal de 6 cm de diámetro que conduce a una boquilla, si el coeficiente de pérdida basado en V_1 , es de 0.2 entre el manómetro y la salida?



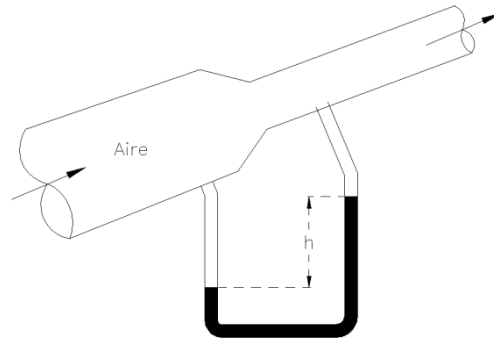
4. Relacione la velocidad de flujo del agua a través del medidor Venturi mostrado en la figura adjunta, de acuerdo con el diámetro y la lectura del manómetro. Se supone que no hay pérdidas.



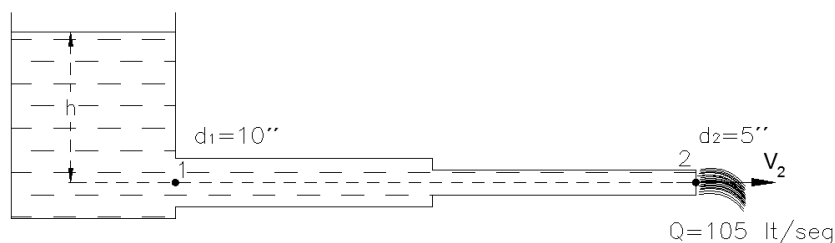
5. Se puede vaciar el agua de una alberca, de 10 m de diámetro y 2 m de alto arriba del suelo. Se destapara un tubo horizontal de 3 cm de diámetro y 25 m de largo fijo, al fondo de la alberca. Determine la razón máxima de descarga del agua por el tubo?
6. Se tiene agua que fluye por un tubo horizontal a razón de 1 gal/s. el tubo consta de dos secciones con diámetro de 4 y 2 pulg. Con una sección reductora suave. Se mide la diferencia de presión entre las dos secciones del tubo mediante un manómetro de mercurio entre las dos secciones del tubo?



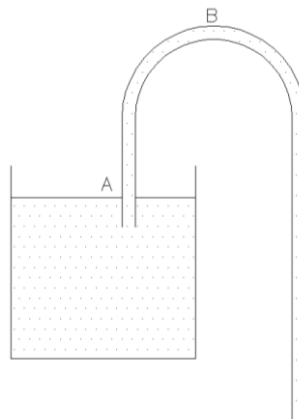
7. Un avión vuela a una altitud de 12000 m. determinar la presión manométrica en el punto de estancamiento sobre la nariz del avión, si la velocidad de este es de 200 km/h?
8. Se tiene aire 110 Kpa y 50 °C que fluye hacia arriba por un ducto inclinado de 6 cm de diámetro, a razón de 45 l/s, entonces, mediante un reductor, el diámetro del ducto se reduce hasta 4 cm. Se mide el cambio de presión de uno a otro extremo del reductor mediante un manómetro de agua. La diferencia de elevación entre los dos puntos en donde se fijan las dos ramas del manómetro es de 0.2 m. determine la altura deferencial entre los niveles del fluido de las dos ramas del manómetro.



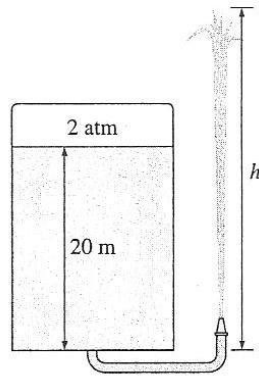
9. De un depósito sale una tubería de 10" de diámetro, la que por medio de una reducción pasa a 5" descargando luego libremente en la atmosfera. Si el gasto a la salida es de 105 lt/s, calcular: a) la presión en la sección inicial de la tubería, b) la altura del agua en el depósito, medida sobre el eje de la tubería, c) la potencia bruta del ahorro.



10. Para el sifón mostrado: a) hallar la velocidad de salida V_c y la presión manométrica en B, b) Hallar la altura máxima del punto B antes que se produce cavitación. $P_{\text{vapor}} = 0.18 \gamma h_{20}$; $P_{\text{atm}} = 10.33 \gamma h_{20}$



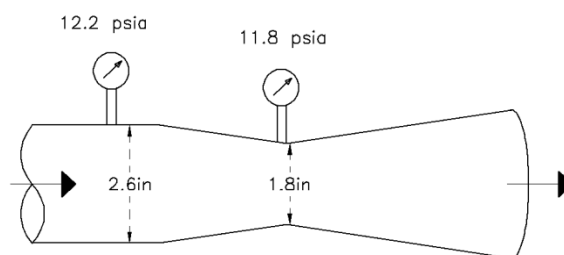
11. El nivel del agua en un tanque esta 20 m arriba del suelo. Se conecta una manguera al fondo del tanque y la boquilla que esta al extremo de dicha manguera se apunta directo hacia arriba. La cubierta del tanque es hermética y la presión manométrica del aire arriba de la superficie del agua es de 2 atm. El sistema está al nivel del mar. Determine la altura máxima hasta la cual podría subir el chorro de agua.



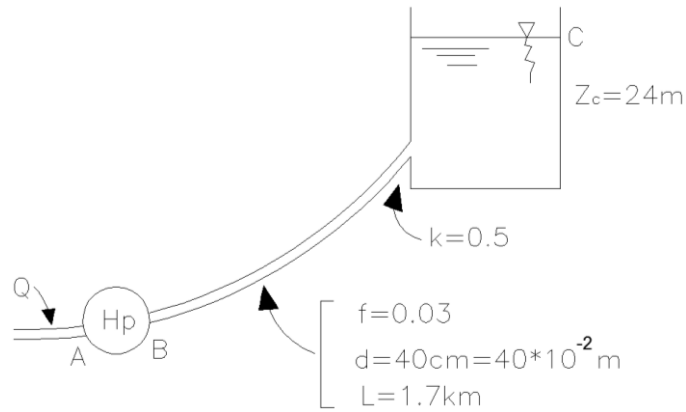
12. Se mide la velocidad del aire en un ducto por medio de una sonda de pitot y presión (tubo de Prandtl) conectado a un manómetro diferencial. Si el aire está a 13.4 psi de presión absoluta y 70 °F y la lectura del manómetro diferencial es de 0.15 psi, determine la presión del aire.
13. Fluye aire por un medidor de Venturi cuyo diámetro es de 2.6 pulg en la parte de entrada (ubicación 1) y 1.8 pulg en la garganta (ubicación 2). Se mide que la presión absoluta es de 12.2 psi a la entrada, y 11.8 psi en la garganta. Desprecie los efectos de la fricción y demuestre que el gasto volumétrico puede expresarse como:

$$\dot{V} = A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2})}}$$

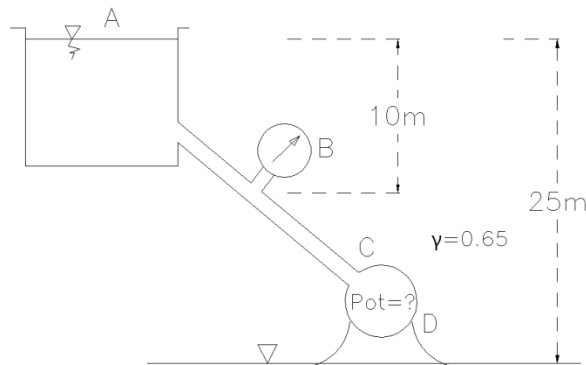
14. Determine el gasto total del aire. Tome la densidad del aire como 0.075 lbm/pies³



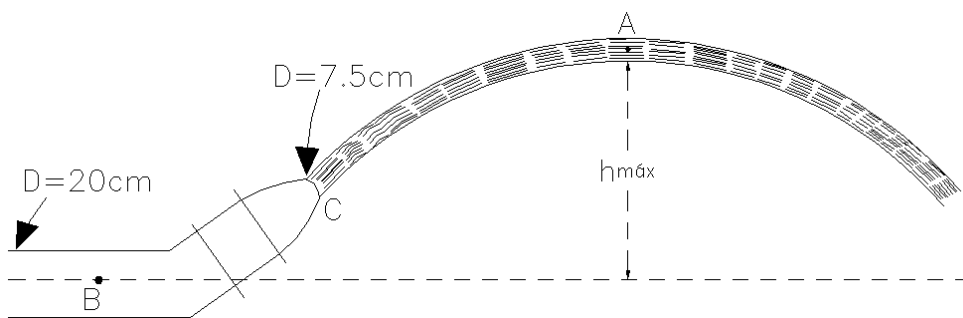
15. Para el sistema mostrado, si $Q = 0.20 \text{ m}^3/\text{s}$, $Z_a = Z_b = 10 \text{ m}$, $P_a = 0.15 \text{ kgf/cm}^2$, $f = 0.003$, $d = 40 \text{ cm}$, $L = 1.7 \text{ km}$, $DR = 0.86$, hallar:
- la potencia de la bomba (HP)
 - la carga de presión manométrica en B
 - la altura piezométrica en A, B y C



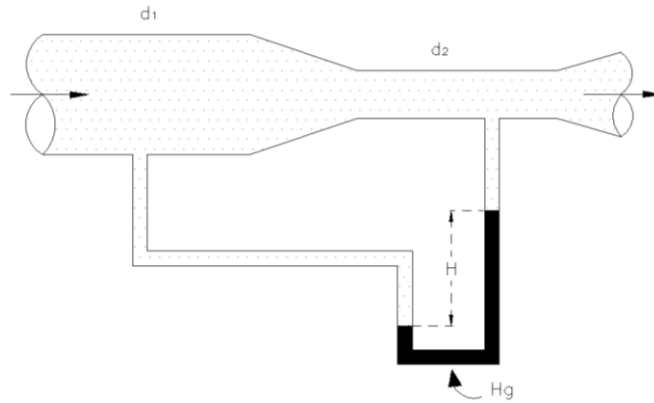
16. En el sistema mostrado, en la figura adjunta, si se sabe que: $d=0.5$ m, $h_{Lab}=h_{Lbc}=h_{Lde} = 2$ m, $P_a=0.4$ kg/cm², hallar:
- El caudal que pasa por la tubería
 - La potencia de la turbina C-E.



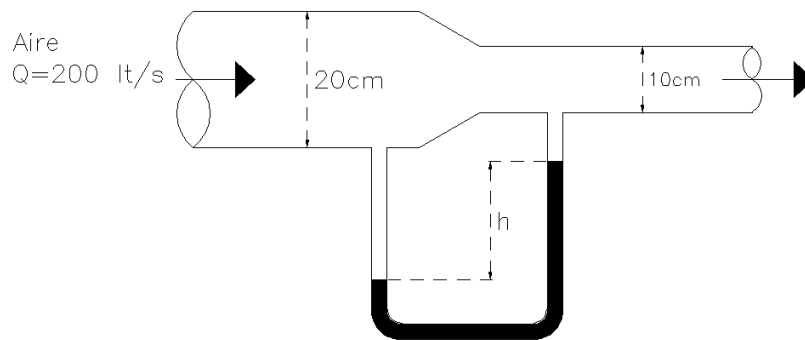
17. La velocidad en el punto A, de la siguiente figura es de 18 m/s. ¿Cuál es la presión en el punto B, si se desprecia la fricción si la altura máxima que se alcanza es de 21m.



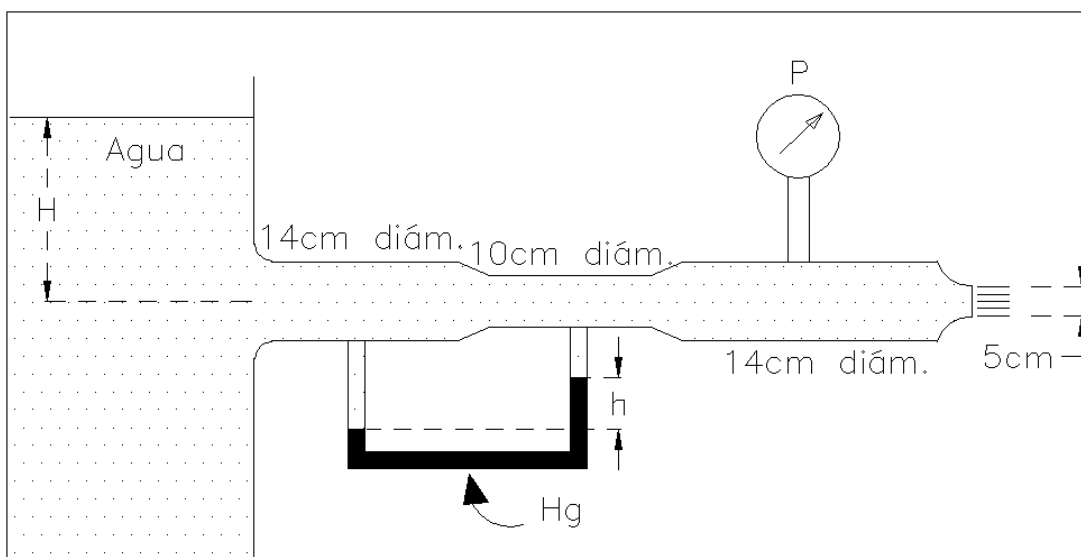
18. Relacione la velocidad de flujo del agua a través del medidor Venturi mostrado en la figura adjunta, de acuerdo con el diámetro y la lectura del manómetro. Si el coeficiente de pérdida basado en V_1 y V_2 , es de 0.2 entre el manómetro y la salida, hallar su caudal



19. Fluye aire por un tubo a razón de 200 l/s. el tubo consta de dos secciones con diámetros de 20 y 10 cm, con una sección reductora suave que se conecta. Se mide la diferencia de presión entre las dos secciones del tubo mediante un manómetro de agua. Desprecie los efectos de fricción y determine la altura diferencial del agua entre las dos secciones del tubo. Tome la densidad del aire como 1.20 kg/m³)?



20. En la figura adjunta. Ignore todas las pérdidas y halle el valor de H y P, si h = 15 cm?



VI.CANTIDAD DE MOVIMIENTO

6.1 Introducción: Cuando se trata con problemas de ingeniería, es conveniente obtener soluciones rápidas y exactas a un costo mínimo. La mayoría de los problemas de ingeniería, inclusive los relacionados con el flujo de los fluidos; pueden analizarse con la aplicación de uno de los componentes básicos: Los diferenciales, los experimentales y los de volumen de control.

Se pondrá mayor énfasis en este último, porque este procedimiento es más rápido, sencillo y suele ser dar respuestas más exactas, para la mayoría de los propósitos de ingeniería. Por lo tanto, pese a las aproximaciones con las que se relacionan, el análisis básico del volumen finito de control llevado a cabo con papel y lápiz siempre ha sido un recurso indispensable para los ingenieros.

Las leyes de Newton son relaciones entre los cuerpos y las fuerzas que actúan sobre ellas, la primera ley de Newton expresa que un cuerpo en reposo y un cuerpo en movimiento, que se mueve a la misma velocidad de una trayectoria recta cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero; por lo tanto el cuerpo tiende a mantenerse en estado de inercia.

La segunda ley de Newton, expresa que la aceleración de un cuerpo es proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él y es inversamente proporcional a su masa.

La tercera ley de Newton, expresa que cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre el segundo cuerpo, este último ejerce una fuerza igual y opuesta sobre el primero.

Por lo tanto la dirección de una fuerza de reacción dependerá del cuerpo tomado como sistema.

La cantidad de movimiento de un sistema se mantiene constante cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero y por lo tanto, la cantidad de movimiento en esos sistemas se conserva.

La cantidad de un movimiento de un rifle cargado debe ser cero después de ser disparado, ya que es cero antes del disparo y en consecuencia, el rifle debe tener una cantidad de movimiento igual a la bala en la dirección opuesta, de modo que la suma vectorial de las dos es cero.



Fig. N°6.1 Se muestra el disparo de un rifle, aplicación de la ecuación de cantidad de movimiento.

El momento angular total de un cuerpo en rotación permanece constante cuando el par neto de torsión que actúa sobre él es cero y, entonces el momento angular de los sistemas de este tipo se conserva. Este principio se conoce como principio de conservación del momento angular.

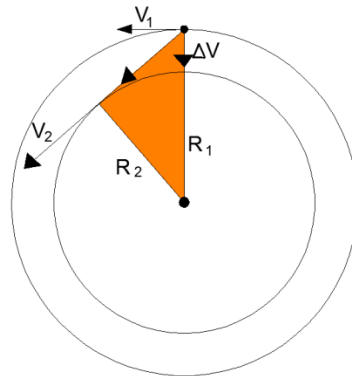


Fig. N°6.2 se muestra el momento angular de un cuerpo

6.2 Ecuación de cantidad de movimiento

6.2.1 En Forma Integral:

De la Segunda Ley de Newton:

- $\Sigma F = m \bar{a}_c$ \bar{a}_c : *aceleración de la gravedad*

$$\Sigma F = m \cdot \int \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\substack{\text{masa} \\ \text{Sistema}}} V dm \quad (6.1)$$

Considerando **P**, como cantidad de movimiento:

$$P = \int_{\substack{\text{masa} \\ \text{Sistema}}} V dm \Rightarrow \Sigma F = \frac{d(P)}{dt}$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$F = \left(\frac{dP}{dt} \right)_{SIST.} = \iint_{S.C} V (\rho V_r \cdot dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V.C} V \rho dV \quad (6.2)$$

El momento resultante que actúa en un sistema es igual a la velocidad con que cambia la cantidad de movimiento angular del sistema.

La segunda ley de Newton se expresa como la razón de cambio (**d(mV)/dt**), de la cantidad de movimiento de un cuerpo, es igual a la fuerza neta (**F**), que actúa sobre él.

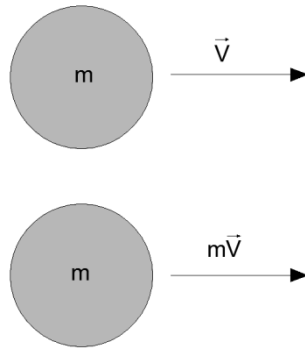


Fig. N°6.3 se muestra la aplicación de la segunda ley de Newton.

Ecuación general de la cantidad de movimiento ó ecuación dinámica de Newton: “La fuerza total que se aplica sobre el sistema es igual a la razón neta de emisión de momentum a través de la superficie de control y la razón neta de cambio del momentum dentro del V.C en un instante t “.

Siendo **F** la fuerza total aplicada sobre el V.C: **F = Fs + Fm**

Fs: Fuerzas superficiales que actúan sobre el sistema (presión, fricción).

Fm: Fuerzas másicas, son fuerzas exteriores que actúan sin tener contacto sobre el sistema (fuerzas gravitacionales, fuerzas electromagnéticas)

\vec{F} y \vec{V} : son medidas relativas a una referencia inercial

Vectorialmente podemos descomponerla en:

$$\begin{aligned}
 F_x &= \iint_{s.c} u(\rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} u \rho dV \\
 F_y &= \iint_{s.c} v(\rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} v \rho dV \\
 F_z &= \iint_{s.c} w(\rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c} w \rho dV
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

6.2.2 Ecuación de cantidad de movimiento en forma diferencial:

Analizando las fuerzas que actúan en el centro del volumen de control V C: (dx, dy, dz):

σ : Esfuerzos normales

τ : Esfuerzos cortantes

De la ecuación de cantidad de movimiento:

$$dF = dm \frac{DV}{Dt} = \rho dV \frac{DV}{Dt}$$

$$\begin{aligned}
dF_x &= \rho d\forall \left[\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \right] = \rho d\forall \frac{DV_x}{Dt} \\
dF_y &= \rho d\forall \left[\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} \right] = \rho d\forall \frac{DV_y}{Dt} \\
dF_z &= \rho d\forall \left[\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right] = \rho d\forall \frac{DV_z}{Dt}
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Analizando las fuerzas que actúan:

$$dF = dF_s + dF_m$$

dFs: Fuerzas superficiales que actúan sobre el sistema (fuerzas normales y tangenciales sobre el V.C.

$$\begin{aligned}
dF_{s_x} &= \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \right) dy dz - \left(\sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2} \right) dy dz \\
&\quad + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) dx dy - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) dx dy \\
&\quad + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \cdot \frac{dy}{2} \right) dx dz - \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \cdot \frac{dy}{2} \right) dx dz \\
dF_{s_x} &= \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) dx dy dz = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) d\forall
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Fuerzas Másicas:

$$dF_m = \bar{B} dm = \rho \bar{B} d\forall$$

$$dF = dF_s + dF_m$$

B: Fuerzas por unidad de masa, desarrollada en sus tres componentes se puede expresar como:

$$dF_x = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) d\forall + B_x \rho d\forall$$

$$dF_y = \left(\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) d\forall + B_y \rho d\forall$$

$$dF_z = \left(\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) d\forall + B_z \rho d\forall$$

$$\rho B_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{DV_x}{Dt} \tag{6.6}$$

$$\rho B_y + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{DV_y}{Dt}$$

$$\rho B_z + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = \rho \frac{DV_z}{Dt}$$

Ley de Viscosidad de Stokes: La derivación de la ley de viscosidad de Stokes se basa en que el flujo es **isotrópico** (propiedades físicas son las

mismas en todas direcciones) y que los esfuerzos viscosos son linealmente proporcionales a las razones de esfuerzo.

De la expresión general para un flujo newtoniano:

Se puede expresar:

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \\ \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (6.7)$$

“Fluidos de Newton – Stokes”

El esfuerzo normal viscoso se puede expresar:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -P - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} = -P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} \\ \sigma_{yy} &= -P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_y}{\partial y} \\ \sigma_{zz} &= -P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z}\end{aligned}\quad (6.8)$$

Ecuación de Navier - Stokes

Navier - Stokes incluyeron los esfuerzos cortantes expresados en función de la ley de Newton y los esfuerzos normales desarrollados en función de la gradiente de la velocidad, en la Ecuación General de la Cantidad de Movimiento, obteniendo así:

“Las Ecuaciones de Navier – Stokes Para Fluidos Compresibles e Incompresibles”

De las ecuaciones tres ecuaciones, se tiene:

$$\begin{aligned}\rho B_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(-P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) &= \rho \frac{DV_x}{Dt} \\ \rho B_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(-P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) &= \rho \frac{DV_y}{Dt} \\ \rho B_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(-P - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) &= \rho \frac{DV_z}{Dt}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots(6.9)$$

$$-\nabla P + \mu \nabla^2 \cdot \mathbf{V} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{V} + \rho \mathbf{B} = \rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \quad (6.10)$$

“Ecuación General de Navier – Stokes para Flujos compresibles e incompresibles”

Ecuación de cantidad de movimiento para un fluido continuo y sin fricción en sistema sin aceleración

Flujo Continuo:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

Flujo Continuo:

Flujo sin fricción: $\mu = 0, \tau = 0$

Fuerza por unidad de masa: $\mathbf{B} = -g\hat{k}$

Reemplazando estas condiciones en la ecuación anterior:

$$\nabla z = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \hat{k} \quad -\nabla P - \rho g \hat{k} = \rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt}$$

Debido a que no existen componentes en x e y.

$$\text{De (ii) en (i):} \quad -\frac{\nabla P}{\rho} - g \nabla z = \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \quad (6.11)$$

“Ecuación de Euler”

6.3 Factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento β :

Por desgracia la velocidad a través de la mayoría de las entradas y salidas de interés para la ingeniería práctica no es uniforme. Sin embargo, resulta que no obstante puede convertirse la integral de la superficie de control de la ecuación anterior en una forma algebraica, pero se necesita un factor a dimensional de corrección β , llamado factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento. Entonces, la forma algebraica de la ecuación anterior, para un volumen fijo de control se escribe como:

$$\Sigma \bar{\mathbf{F}} = \Sigma_{sal} \beta \dot{m} \bar{\mathbf{V}} - \Sigma_{ent} \beta \dot{m} \bar{\mathbf{V}} \quad (6.12)$$

Formula general de la ecuación de movimiento β

Si $\beta = 1$, la ecuación adopta la forma siguiente:

$$\Sigma \bar{\mathbf{F}} = \Sigma_{sal} \dot{m} \bar{\mathbf{V}} - \Sigma_{ent} \dot{m} \bar{\mathbf{V}} \quad (6.13)$$

6.4 Consideraciones a tomar en cuenta:

- Considerar un **VC** adecuado de manera que sea fácil el empleo de las ecuaciones estudiadas.
- Asumir que las consideraciones necesarias, tratando siempre de anular el termino; porque es el termino más complejo que se presenta a la hora de trabajar.

- Determinar los signos del producto escalar $V \cdot dA$, es positivo si el fluido sale del VC, y es negativo si entra al VC.
- Determinar el signo de V_x , V_y , V_z y de las fuerzas. Esta parte es fácil por que como la física general.
- Se apunta hacia $-x$, $-y$, $-z$, las velocidades o las fuerzas serán negativas.
- Si apunta hacia x , y , z , las velocidades o fuerzas serán positivas.

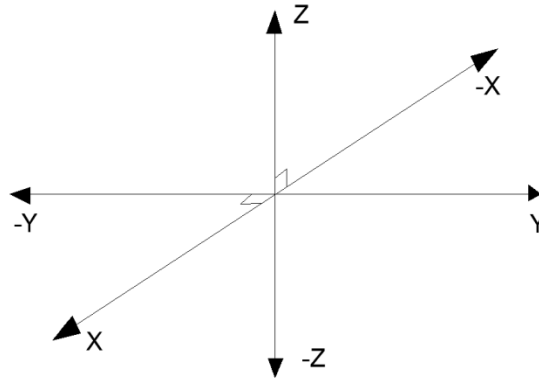


Fig. N°6.4 se muestra los signos del producto escalar.

6.4 Caso de alabes:

Se denomina alabe o paleta curva a toda superficie sobre la cual incide un chorro de fluido con las siguientes características:

- El ángulo de incidencia del chorro coincide con el ángulo de ingreso a la paleta o alabe.
- No existe fricciones entre el alabe y el flujo mientras este se desplaza, es decir el flujo es permanente.
- Salvo que se exprese lo contrario, se desprecian el cambio de altura entre la entrada y salida del alabe; y se desprecia el peso de la porción de chorro que se encuentra sobre el alabe.
- Como se desprecia la fricción, entonces la velocidad a la entrada y a la salida de la misma.
- Todo el chorro está sometido a la presión atmosférica o a cualquier otra presión que pudiese existir en casos particulares.

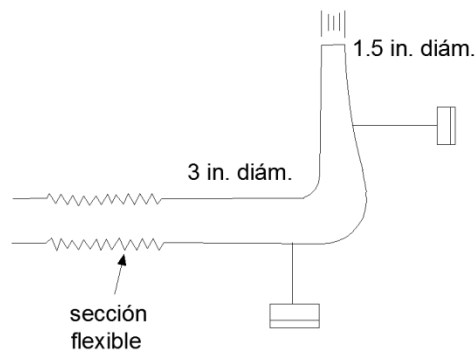
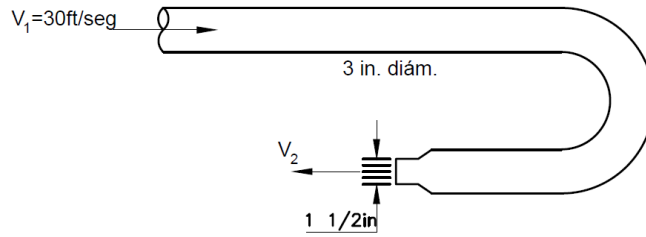


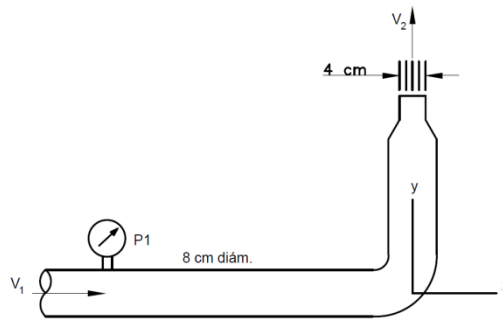
Fig. N° 6.5 se muestra un alabe.

PROBLEMAS PROPUESTOS

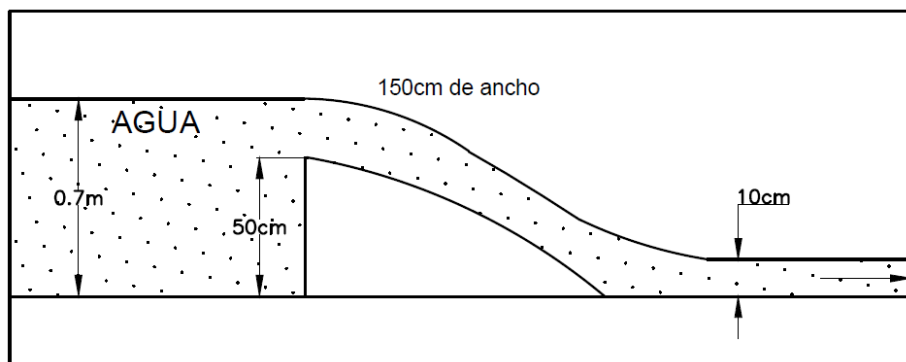
1. Calcule la fuerza horizontal que ejerce el agua en el codo horizontal, mostrado en la figura adjunta



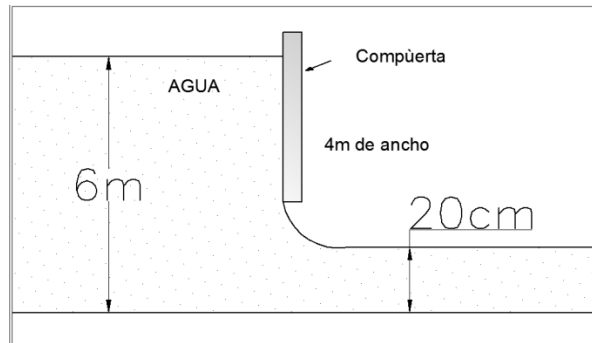
2. Encuentre las componentes de la fuerza horizontal ejercida por el agua en el codo horizontal, mostrado en la figura adjunta, si p_1 , es : 200 Kpa



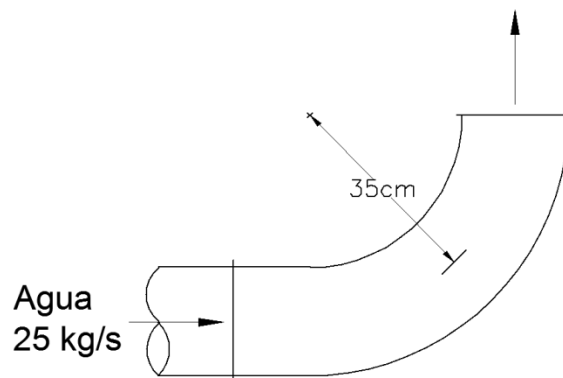
3. Ignore los efectos viscosos, suponga perfiles de velocidad uniformes, y encuentre la componente horizontal de la fuerza que actúa en la obstrucción mostrada, en la figura adjunta



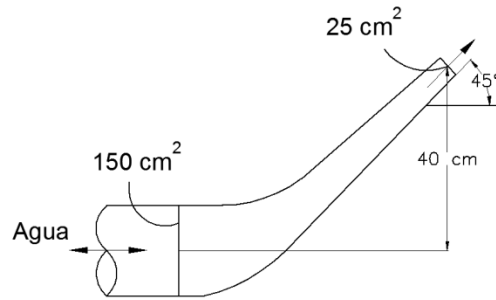
4. Suponiendo distribución de presión hidrostática, perfiles de velocidad uniformes, y encuentre la componente horizontal para detener la compuerta en la posición mostrada en la figura adjunta?



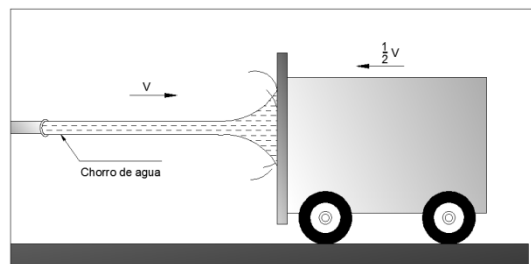
5. Se usa un codo de 90° para dirigir hacia arriba un flujo de agua que viene por un tubo horizontal a razón de 25 kg/s. el diámetro del codo en toda su longitud es de 10 cm. Dicho codo descarga el agua hacia la atmosfera y por lo tanto, la presión a la salida es la presión atmosférica local. La diferencia de elevación entre los centros de la salida y la entrada del codo es de 35 cm, se considera que el peso de este codo y del agua que está en él es despreciable. Determine: a) la presión manométrica en el centro de la entrada del codo y b) la fuerza de anclaje necesaria para sostener ha dicho codo en su lugar. tome el factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento como 1.03?



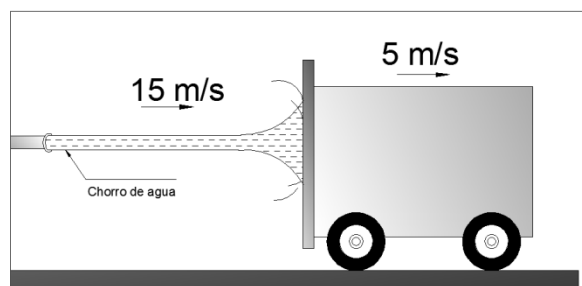
6. Se usa un codo reductor para desviar hacia arriba en un ángulo $\theta = 45^\circ$, respecto a la dirección original, un flujo de agua que viene de un tubo horizontal. A razón de 30 kg/s, que acelera al mismo tiempo. El codo descarga el agua hacia la atmosfera. El área de la sección transversal del codo es de 150 cm² a la entrada y de 25 cm² a la salida. La diferencia de elevación entre los centros de salida y de la entrada es de 40 cm. La masa de del codo y dela gaa en él es de 50 kg. Determine la fuerza de anclaje necesaria para sostener el codo en su lugar. tome el factor de corrección del flujo de la cantidad de movimiento como 1.03?



7. Un chorro de agua horizontal con velocidad constante V , choca normalmente contra una placa plana vertical y se dispersa hacia los lados en el plano vertical. La placa se mueve hacia el chorro de agua incidiendo con la velocidad $V/2$. Si se muestra una fuerza F para, mantener la placa en reposo, ¿Cuánta fuerza se necesita para moverse hacia el chorro de agua?



8. Se acelera agua por una boquilla hasta de 15 m/s y choca contra la superficie posterior vertical de una carreta que se está moviendo horizontalmente a una velocidad constante de 5 m/s en la dirección del flujo. El flujo de masa del agua es de 25 kg/s. después del choque, el chorro de agua se esparce en todas las direcciones en el plano de la superficie posterior. a) determine la fuerza que es necesaria aplicar sobre los frenos de la carreta para impedir que acelere. b) si se usara esta fuerza para generar potencia, en vez de desperdiciarla en los frenos, determine la cantidad máxima de potencia que puede generarse.



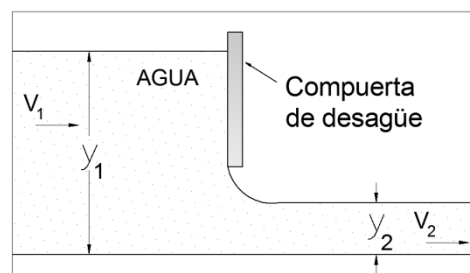
9. Los bomberos sostienen una boquilla en el extremo de una manguera mientras tratan de extinguir un incendio. Si el diámetro de salida de la boquilla es de 6 cm y el flujo del agua es de 5 m³/s, determine a) la

velocidad promedio del agua a la salida y b) la fuerza horizontal que necesitan ejercer los bomberos para sostener la boquilla



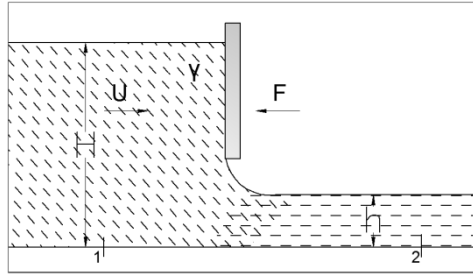
10. Un chorro horizontal de agua de 5 cm de diámetro, con una velocidad de 30m/s, choca contra la placa plana que se mueve en la misma dirección que la del chorro a una velocidad de 10 m/s. El agua se dispersa en todas direcciones en el plano de la placa. ¿Cuánta fuerza ejerce el chorro de agua sobre la placa?
11. En los sistemas de irrigación, es de uso común una compuerta de desagüe, la cual controla el flujo en un canal, sencillamente, subiendo o bajando una placa vertical. Se ejerce una fuerza sobre la compuerta debida a la diferencia entre las alturas y_1 y y_2 del agua y las velocidades del flujo V_1 y V_2 , corriente debajo de la propia compuerta, respectivamente. Descarte las fuerzas cortantes de la pared en las superficies del canal, y desarrolle relaciones para v_1 y v_2 , así como la fuerza que actúa sobre la compuerta de desagüe de ancho w en el curso del flujo en reposo y uniforme.

$$F_R = m(V_1 - V_2) + \frac{w}{2} \rho g (y_1^2 - y_2^2)$$

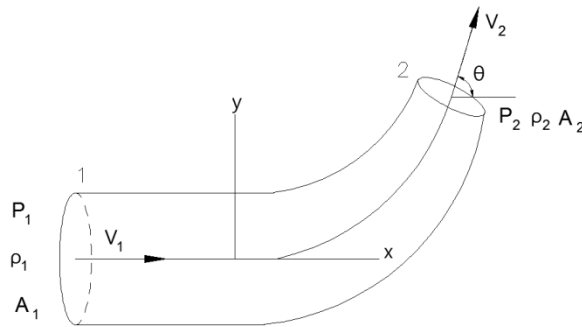


12. Para el aliviadero mostrado, hallar la fuerza F para retener la plancha de ancho b , asumir que la presión en 1 y 2 se distribuye hidrostáticamente y no hay pérdidas menores, demostrar que:

$$F = \frac{\gamma b}{2} \left[(H^2 - h^2) + \frac{2U^2 H}{g} \left(1 - \frac{H}{h} \right) \right]$$

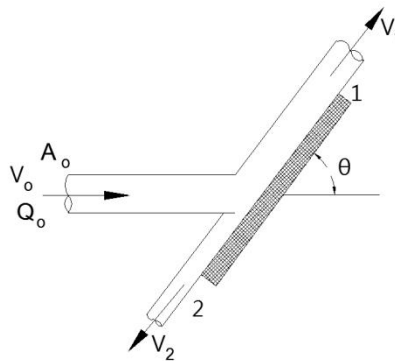


13. Si se tiene un flujo permanente de un fluido compresible a través de un tubo curvo, determinar la fuerza resultante del fluido sobre el tubo entre las secciones 1 y 2, considerando cuando el fluido es incompresible.

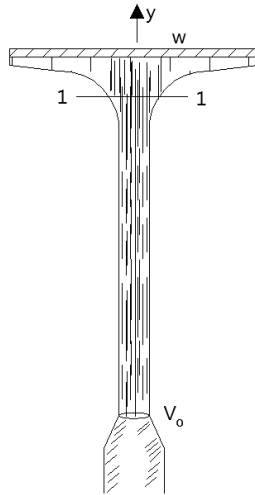


14. En la figura adjunta, se muestra un chorro sobre una lámina inclinada, se pide calcular:

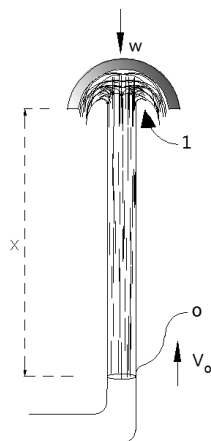
- V_1 y V_2
- Q_1 y Q_2
- A_1 y A_2
- La fuerza que ejerce el chorro sobre la placa inclinada.



15. Hallar el peso W en N que está siendo sostenido por el chorro de agua mostrado, si el diámetro de la boquilla es de 8 cm y la velocidad V_0 , es de 15 m/s , la altura H es de 3 m ?



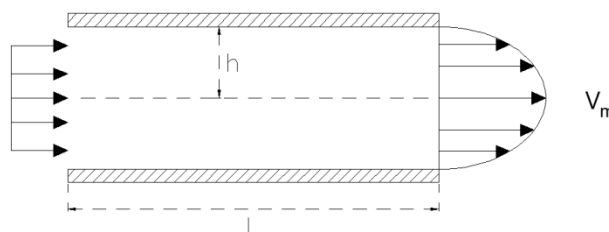
16. Una semiesfera hueca de peso W , se mantiene en equilibrio por acción de un surtidor, cuya velocidad de salida V_o es vertical. Calcular la altura x , en que se establece el equilibrio, prescindiendo de la velocidad del aire.



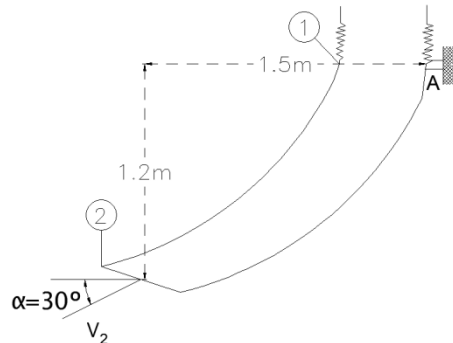
17. A través de las placas paralelas mostradas en la figura adjunta, se hace pasar un flujo incompresible, Bidimensional y permanente, cuya distribución de las velocidades inicialmente no dependen de la dirección y , pero a una distancia L , esa distribución se hace parabólica de acuerdo con:

$$V = V_m \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]$$

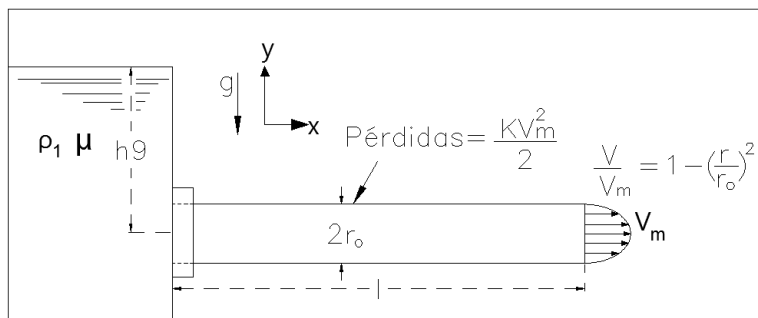
Hallar la fuerza del fluido sobre el tubo entre las secciones 1 y 2, en términos de h , V_m , y la densidad ρ .



18. Se pide hallar la fuerza resultante y el ángulo que forman, si se conoce que, $A_1=90 \text{ cm}^2$, $A_2=45 \text{ cm}^2$, flujo de masa= 4.5 kg/s , el ángulo que forma la velocidad total en la sección 2 con la horizontal $=30^\circ$ De la figura adjunta.



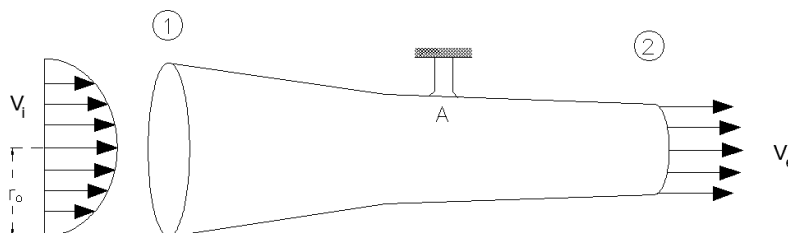
19. En la pared de un recipiente de nivel constante se instala un tubo de descarga de longitud l , a una distancia h debajo de la superficie del agua. En la sección de entrada la velocidad del agua es uniforme; pero en la salida, debido a la acción de la viscosidad a lo largo del tubo, la distribución de velocidad es parabólica, como se muestra en la figura adjunta. Encuentre la fuerza neta en la dirección x .



20. A través del ducto que se muestra en la figura adjunta, circula aire a una temperatura $550 \text{ }^\circ\text{K}$, y a una presión absoluta de 6.3 kg/cm^2 . En la sección 1, la distribución de velocidad es parabólica.

$$V_1 = 500 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

El área de entrada es de 900 cm^2 ; la velocidad de salida es uniforme y de 270 m/s , y el área es de 450 cm^2 . Suponga que la temperatura, la presión, y la densidad son uniformes en la salida y que el aire se comporta como un gas ideal. Calcule la fuerza horizontal que actúa sobre el soporte en A y de su dirección, si $P_e = 1.033 \text{ kg/cm}^2$.



TERCERA UNIDAD

VII. FLUJO EN TUBERIAS

INTRODUCCION

El agua caliente y la fría que se usan para los hogares que se bombea a través de las tuberías. El agua en una ciudad se distribuye mediante redes de tuberías. El petróleo y el gas natural se transportan a cientos de kilómetros por largas y grandes tuberías. La sangre recorre todo el cuerpo a través de las arterias y de venas. El agua de enfriamiento en un motor se transporta mediante mangueras hacia la tubería del radiador, donde este se enfría conforme el agua fluye. La energía térmica en un sistema de calefacción central se transfiere hacia el agua que circula en el calentador y luego se transporta hacia las posiciones deseadas por las tuberías.

Para calcular la cantidad de energía que se “pierde” debido a la fricción en un sistema de fluido, es necesario caracterizar la naturaleza del flujo. Si el flujo es uniforme y regular se tratará de un flujo laminar y si el desplazamiento del fluido es irregular, no uniforme ó caótico, estaremos ante un flujo turbulento.

El tipo de flujo puede predecirse mediante el Número de Reynolds, el cual es adimensional.

Los métodos para calcular la pérdida de energía son diferentes para cada tipo de flujo.

7.2 Definiciones:

Tuberías: Se denomina tuberías a los conductos que escurren agua completamente llenos y bajo presión, generalmente son de sección circular, pero pueden adoptar otras formas, tal como la sección de herradura.

Su ventaja de las tuberías con respecto a canales es la menor pérdida de agua por filtración y evaporación, su ruta puede ser más corta incluso puede ascender el flujo de agua, por efecto de la gradiente hidráulica.

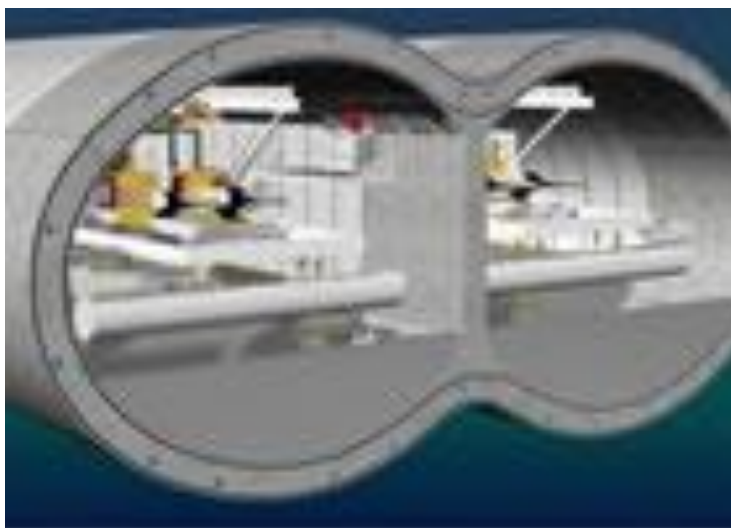


Fig. N°7.1 se muestra una tubería tipo herradura

Tubería forzada: Es la tubería que lleva el agua a presión desde el canal o el embalse hasta la entrada de la turbina.

También se nombran tuberías de presión. Ambas denominaciones las caracterizan como conducciones forzadas, debido a las elevadas presiones que han de soportar en toda su superficie, al estar totalmente llenas de agua, y desplazarse ésta no por la pendiente existente sino por efecto de presión.

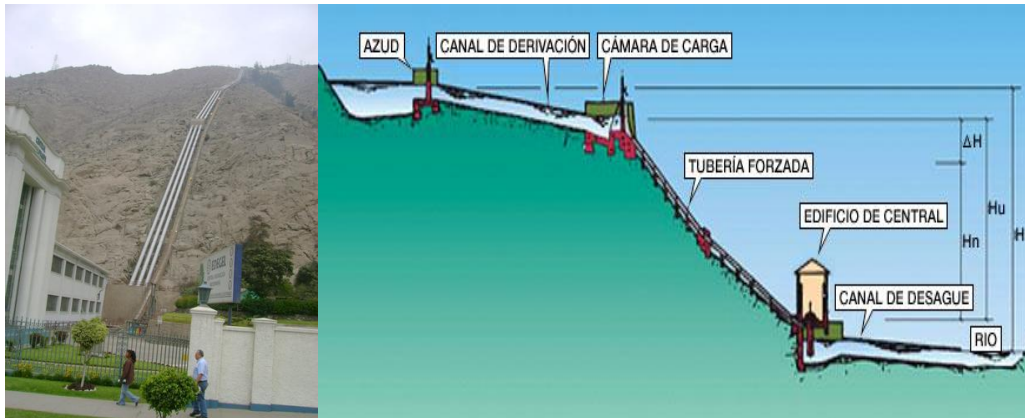


Fig. N°7.2 Se muestra una tubería forzada.

7.3 Flujo en Conductos Cerrados:

El flujo que queda limitado por superficies sólidas (por ejemplo, flujos a través de conductos, flujo entre placas, tuberías, válvulas y medidores), es considerado como un flujo interno.

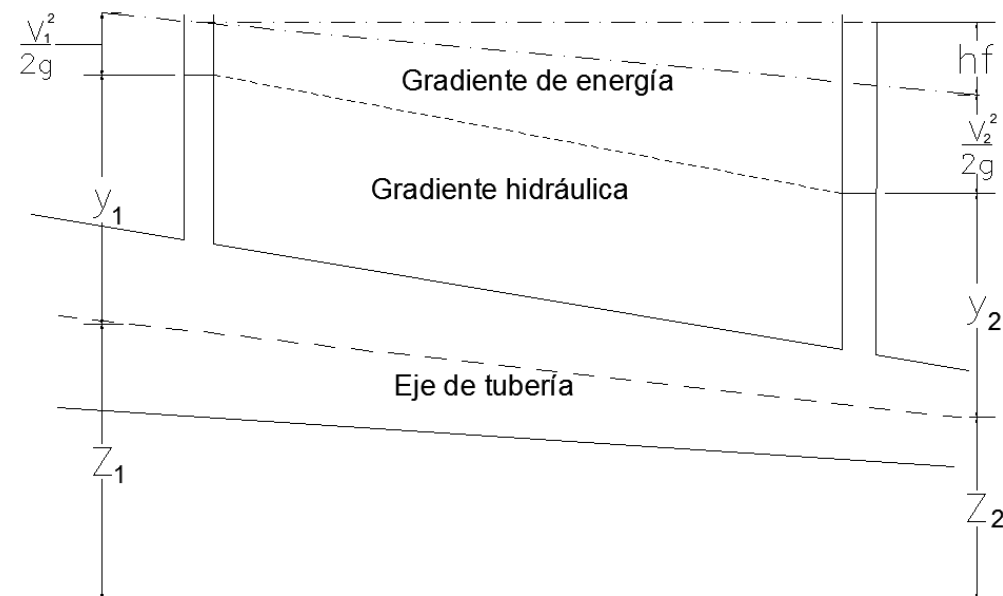


Fig. N° 7.3 se muestra el flujo en un conducto cerrado

Con respecto a la línea de gradiente o piezométrica conviene ordenar los siguientes conceptos:

- a) La línea de gradiente indica que la altura sobre el eje de la tubería de presión en cualquier punto de ella.
- b) En una tubería, o en tuberías de igual rugosidad y diámetro, cuando mayor es la pendiente o inclinación de la línea de gradiente, tanto mayor será la velocidad del fluido.
- c) La línea de gradiente hidráulica indica por su descenso vertical la energía perdida entre dos secciones (para el flujo uniforme).
- d) La gradiente hidráulica es recta para tuberías rectas de sección transversal constante y para tuberías cuya longitud sea aproximadamente igual a la línea que une sus extremos.
- e) Tipos de regímenes:
- f) En los flujos viscosos se distinguen dos tipos de regímenes: Laminar y turbulento. El carácter del flujo se determina por la rugosidad de las paredes y por el Número de Reynolds.
- g) V : velocidad media del flujo (m/s).
- h) D : Diámetro el tubo (m).
- i) ν : viscosidad cinemática del agua (a $T=20^\circ \text{C}$).

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \quad (7.1)$$

j) $\nu: 1 * 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

Flujo Laminar: Filamentos del fluido fluyen paralelamente, cerca de las paredes disminuye la velocidad por efectos de la viscosidad. ($\text{Re} < 2300$).

En un flujo laminar estacionario la velocidad en un punto permanece constante: $u = \bar{u}$

Flujo en Transición: Región en la que el flujo sufre una transición de laminar a turbulento. ($2300 < \text{Re} < 4000$).

Flujo Turbulento: Fluctuaciones caóticas del movimiento, que se superponen al flujo medio, variaciones locales bruscas de presión y de velocidad. ($\text{Re} > 4000$).

En un flujo turbulento la velocidad fluctúa aleatoriamente, alrededor del valor medio temporal:

$$u = \bar{u} + u'$$



Fig N° 7.4 se muestra el flujo laminar y turbulento en un canal.

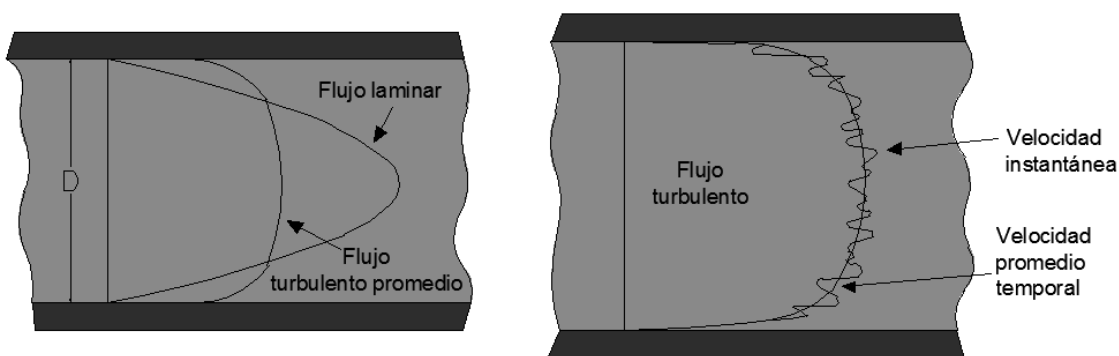


Fig N° 7.5 se muestra la distribución de velocidad en flujo laminar y turbulento

Cuando se trata de secciones transversales cerradas no circulares:

$$Re = \frac{V(4Rh)}{v}$$

Rh: radio hidráulico de la sección $R_h = \frac{A}{P}$

A: Area hidráulica (m²) P: Perímetro mojado (m)

7.4 Pérdidas de carga en Tuberías:

A medida que un fluido fluye por un conducto, tubo ó algún otro dispositivo, ocurren pérdidas de energía generadas por: La fricción entre partículas del mismo fluido y la fricción del fluido con las paredes de dicho conducto (pérdidas primarias o por fricción); La caída ó pérdida de presión que se produce cuando el flujo atraviesa una válvula, codos, cambios de sección en la tubería y otros accesorios. (Pérdidas secundarias o locales).



Fig N°7.6 se muestra la tubería forzada de la CH de Huampani - Chosica.

De la ecuación general de energía aplicada al sistema de tuberías indicado en la anterior:

$$\frac{V_e^2}{2g} + \frac{P_e}{\gamma} + Z_e + H_B = \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + Z_s + h_{p_{e-s}}$$

$$h_{pe-s} = h_f + h_L \quad (7.2)$$

h_{pe-s} : pérdida total de energía

h_f : pérdida de energía por fricción

h_L : pérdida de energía por accesorios

7.4.1 Pérdidas de carga por fricción

Ecuación de Darcy: La magnitud de las pérdidas por fricción ó Pérdidas Primarias, se evalúa haciendo uso de la ecuación de **Darcy - Weisbach**:

$$h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g} \quad (7.3)$$

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g} \quad (7.4)$$

De donde $D_H = 4 R_h$

f: Factor de fricción

L: Longitud del conducto (m)

DH: Diámetro hidráulico del conducto (m)

V: Velocidad media en el tramo del canal (m/s)

g: Aceleración de la gravedad (m/s²)

Rh: Radio hidráulico (m)

La ecuación de Darcy - Weisbach, sirven para calcular pérdidas de energía en secciones largas y rectas, tanto para flujo laminar como para flujo turbulento. La diferencia entre los dos está en la evaluación del factor de fricción f .

Perdidas por fricción en flujo laminar: En un flujo laminar, el fluido parece desplazarse en forma de capas, una sobre la otra. Debido a la viscosidad del fluido, se crea una tensión de corte entre las capas del fluido, esto produce una pérdida de energía. **Hagen y Poiseuille** determinaron la siguiente ecuación para este tipo de flujo:

$$h_f: \text{Pérdida de energía por fricción} \quad h_f = \frac{32 \mu L v}{\gamma D^2} \quad (7.5)$$

μ : viscosidad, agua a $T = 20^\circ\text{C}$, $\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{Pa}\cdot\text{s}$

L : Longitud del conducto (m)

γ : peso específico, a 4°C , el agua tiene $1000 \text{Kg}\cdot\text{f}/\text{m}^3$

D : diámetro del conducto (m)

V : velocidad media (m/s)

La ecuación de Hagen- Poiseuille ha sido verificada de manera experimental, y es válida para flujos con $Re < 2000$.

De la ecuación (5.9), se puede observar que la pérdida de energía en un flujo laminar es independiente de la condición de la superficie del conducto, lo que determina la pérdida de energía son las pérdidas por fricción viscosa dentro del fluido. Si se igualan la ecuación de Darcy (5.6) con la de Hagen-Poiseuille, se puede despejar el factor de fricción:

$$h_f = f \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2g} = \frac{32 \mu L v}{\gamma D^2} \quad f = \frac{64 \mu}{v D \rho} \Rightarrow f = \frac{64}{Re} \quad (7.6)$$

En resumen la **pérdida de energía por fricción en flujo laminar**, se puede calcular aplicando la ecuación de Hagen-Poiseuille a partir de la ecuación de Darcy, en la que: $f = 64/Re$.

Perdidas por fricción en flujo turbulento: El factor de fricción f , para el caso de un flujo turbulento no se puede determinar con la ecuación de Darcy debido a que el flujo es bastante caótico y está cambiando constantemente, $f=f(\rho, \mu, \varepsilon, V, D)$. Por estas razones se aplican ecuaciones obtenidas experimentalmente para determinar el valor de f .

C.F. Colebrook desarrolló experimentalmente, la relación para el factor de fricción cuando el flujo está en zona de transición:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86 \ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (7.7)$$

ϵ : rugosidad de la superficie

Esta ecuación graficada recibe el nombre de diagrama de Moody.

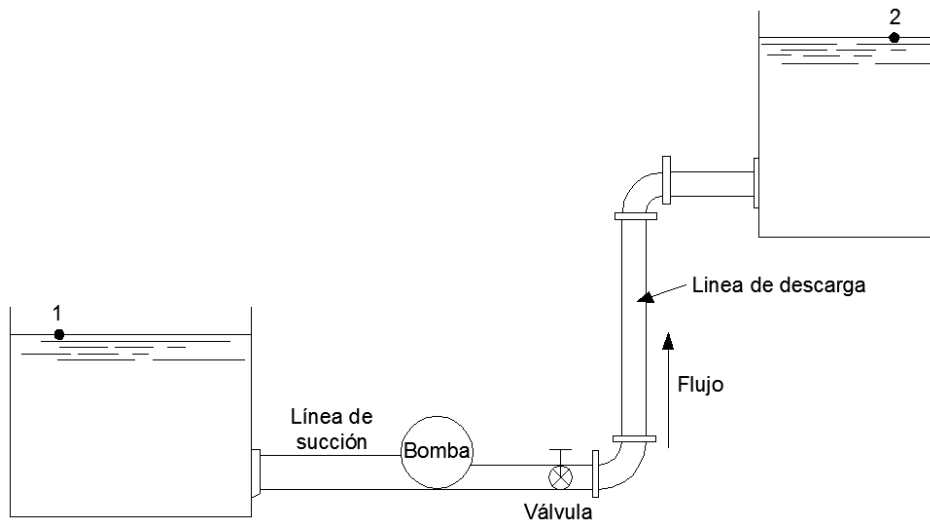


Fig. N° 7.7 se muestra el recorrido del fluido dentro de una tubería

Para $Re > 4000$, por lo general el flujo se conoce como turbulento. Sin embargo, en esencia existen dos zonas de interés en este punto. Hacia el lado derecho del diagrama, el flujo está en la zona de completa turbulencia. Se puede observar que el valor de f no depende del número de Reynolds, sino sólo de la rugosidad relativa D / ϵ . En este intervalo, se aplica la fórmula de Colebrook con $Re \rightarrow \infty$.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86 \ln \left(\frac{\epsilon}{3.7D} \right) \quad (7.8)$$

O la fórmula de Von Karman para el régimen completamente rugoso:

$$f = \frac{1}{4 \left[0.57 - \log \left(\frac{\epsilon}{D} \right) \right]^2} \quad (7.9)$$

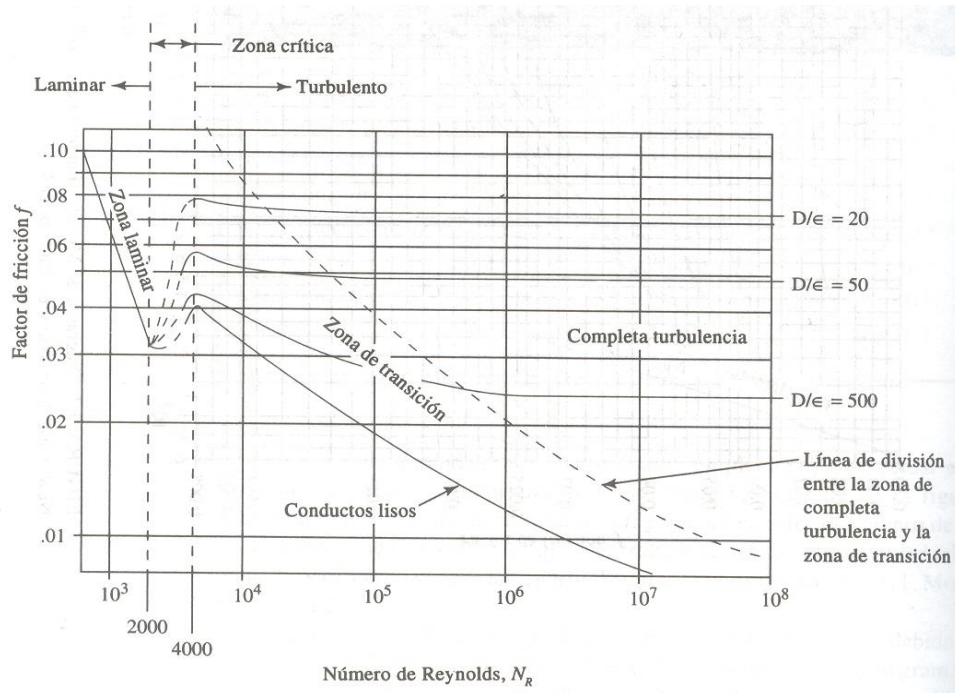


Fig. N°7.8 se muestra el diagrama de Moody

La frontera de esta zona es la línea punteada que corre, por lo general, de la parte superior izquierda a la parte inferior derecha del diagrama de Moody. La ecuación de esta línea de división entre la zona de completa turbulencia y la zona de transición es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{Re}{200} \left(\frac{D}{\epsilon} \right) \quad (7.10)$$

En la línea de conductos lisos se aplica la fórmula de Colebrook con $\epsilon = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.86 \ln Re \sqrt{f} - 0.8 \quad (7.11)$$

ó la Ecuación . De Blasius

En el régimen turbulento liso

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (7.12)$$

El número adimensional f depende del número de Reynolds y la rugosidad relativa ϵ , este depende del materia, el método de fabricación, la corrosión y la edad del conducto. El valor de diseño de la rugosidad ha sido determinado para conductos nuevos y es un valor promedio.

Altura de la rugosidad ϵ de materiales comunes en tuberías

Material	ϵ (mm)	ϵ (pie)
Vidrio, plástico	Liso	Liso
Hierro fundido revestido de asfalto	0.12	$4 \cdot 10^{-4}$
Hierro galvanizado	0.15	$5 \cdot 10^{-4}$
Hierro fundido sin revestir	0.26	$8.5 \cdot 10^{-4}$
Hierro forjado	0.046	$1.5 \cdot 10^{-4}$
Concreto	0.30-3.0	0.001-0.01
Acero remachado	1.0-10	0.003-0.03
Tubería pintada	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-6}$

Tabla N° 7.1 se muestra las rugosidades en las tuberías comunes.

Ecuación explícita para el factor de fricción

P.K. Swamee y A.K. Jain desarrollaron la siguiente ecuación que permite el cálculo directo del valor del factor de fricción y producen valores con menos del 2% de diferencia que el Diagrama de Moody:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{\epsilon / D}{3.7} + \frac{5.74}{\text{Re}^{-0.9}} \right) \right]^2} \quad (7.13)$$

Que reemplazando en las ecuaciones de pérdida de carga nos dan las relaciones siguientes:

$$10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-6}, \quad 3000 < \text{Re} < 3 \cdot 10^8 \quad h_L = 1.07 \frac{Q^2 L}{gD^5} \left\{ \ln \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + 4.62 \left(\frac{vD}{Q} \right)^{0.9} \right) \right\}^{-2}$$

$$\text{Re} > 2000 \quad (7.14) \quad Q = -0.95 \left(\frac{gD^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \left(\frac{3.17v^2 L}{gD^3 h_L} \right)^{0.5} \right)$$

$$D = 0.66 \left(\epsilon^{1.25} \left(\frac{LQ^2}{gh_L} \right)^{4.75} + vQ^{9.4} \left(\frac{L}{gh_L} \right)^{5.2} \right)^{0.04}$$

$10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-2}$, $5000 < Re < 3 \cdot 10^8$

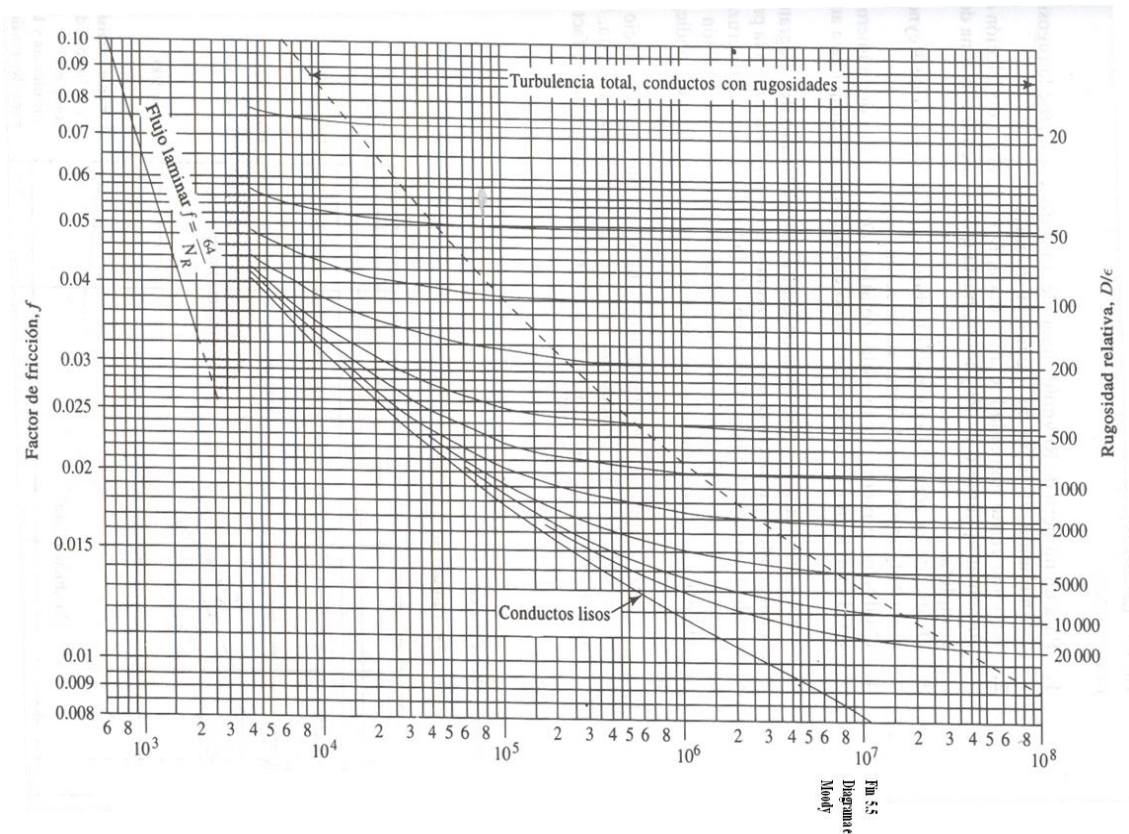


Fig. N° 7.9 se muestra el diagrama de Moody, que nos permite hallar el valor de f .

Ecuación de Hazen – Williams: La ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía debido a la fricción se aplica a cualquier flujo newtoniano, Hazen y Williams propusieron una de las fórmulas que tiene aplicación en el diseño y análisis de sistemas de agua, el rango de aplicación de la fórmula es:

Diámetro de tuberías: $2 \text{ pulg.} < D < 6 \text{ pulg.}$ $5.1 \text{ cm} < D < 1.83 \text{ m}$

Velocidad: $V \leq 10 \text{ pie/s} \approx 3.05 \text{ m/s}$

Temperatura del agua: 60° F

Unidades SI

$$v = 0.85 C_h R^{0.63} S^{0.54}$$

$$Q = 0.85 A C_h R^{0.63} S^{0.54}$$

$$h_L = L \left[\frac{Q}{0.85 A C_h R^{0.63}} \right]^{1.852}$$

$$D = \left[\frac{3.59 Q}{C_h S^{0.54}} \right]^{0.38}$$

Unidades SB

$$v = 1.32 C_h R^{0.63} S^{0.54}$$

$$Q = 1.32 A C_h R^{0.63} S^{0.54}$$

$$h_L = L \left[\frac{Q}{1.32 A C_h R^{0.63}} \right]^{1.852} \quad (7.15)$$

$$D = \left[\frac{2.31 Q}{C_h S^{0.54}} \right]^{0.38}$$

Unidades

v (m/s) v (pie/s)

Q (m³/s) Q (pie³/s)

A (m²) A (pie²)

hL, L, R y D en m hL, L, R y D en pie

s (m/m) s (pie/pie)

El coeficiente Ch depende de la condición de la superficie del tubo o conducto:

Tipo de Conducto	Limpio y nuevo	valor de Diseño
Acero , hierro dúctil o hierro fundido con revestimiento bituminoso	150	140
Acero o hierro fundido	130	100
Acero corrugado	60	60
Concreto	120	100
Plástico, Cobre, latón, vidrio	140	130
PVC	150	140

Tabla N° 7.2 Se muestra los coeficiente de Hazen y Williams C_h .

7.4.2 Pérdidas locales en carga: En la mayor parte de los conductos la mayor pérdida de energía es debida a la fricción, los demás tipos de pérdidas son pequeñas, es debido a esto que se hace referencia como perdidas de carga menores o perdidas locales.

Las perdidas menores ocurren cuando:

- Hay un cambio en la dirección del flujo (codos, ángulos,..).
- Se obstruye la trayectoria del flujo (válvulas).
- Cambio en la sección transversal del conducto (reducciones, ampliaciones, transiciones).
- La predicción de la pérdida de energía es compleja, por lo tanto se usan datos experimentales en función de:

- hL: pérdida de carga menor

$$h_L = K \frac{V^2}{2g}$$

- K: coeficiente de resistencia (adimensional)
- Las ampliaciones en un conducto causan perdidas relativamente grandes ya que ocurre un flujo separado, cuando el flujo primario se separa de la pared.

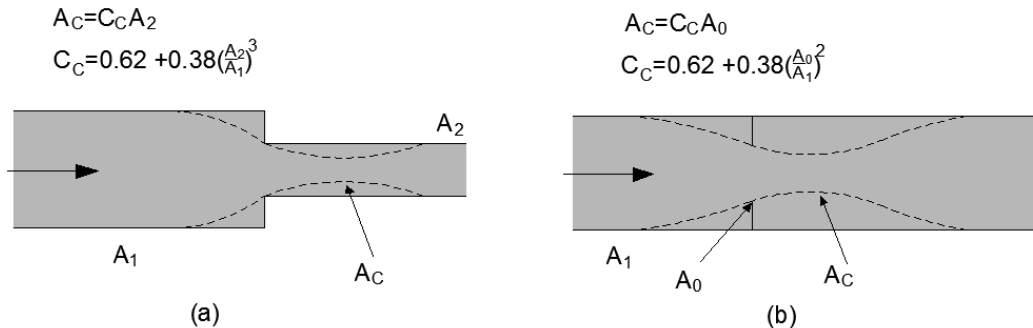


Fig. N° 7.10 se muestra un flujo en un (a) Contracción repentina (b) orificio concéntrico

En un codo se produce también alta pérdida de energía, debido al flujo secundario causado por el fluido que pasa de la región de alta presión a la zona de baja presión

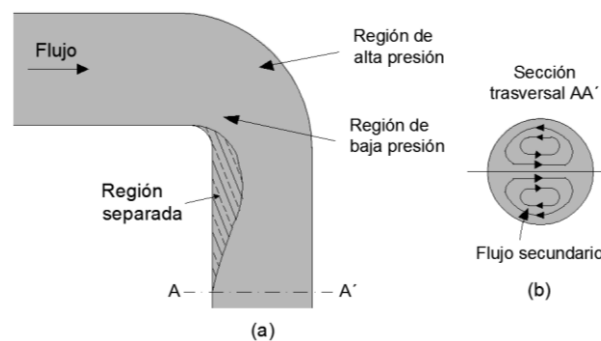


Fig. N° 7.11 se muestra un flujo en un codo *dentro de una tubería*.

En la esquina aguda de un codo según Standard ocurre una región separada, se requiere energía para mantener el flujo secundario y en la región separada.



Fig. N° 7.12 se muestra un *flujo separado dentro de una tubería*

La vena contracta que es donde las líneas de corriente convergen, se puede aproximar con las fórmulas para el área contracta A_C mostradas en

la Fig. 5.6, tanto para una Contracción repentina como para un Orificio concéntrico.

En tramos cortos ($L \leq 50$ diámetros) las pérdidas menores pueden tener la misma magnitud que las pérdidas por fricción, en tramos largos ($L \geq 1000$ diámetros) las pérdidas menores pueden despreciarse.

Tipo de aditamento	Roscado			Bridado		
	1 in	2 in	4 in	2 in	4 in	8 in
Válvula de globo (totalmente abierta).	8.2	6.9	5.7	8.5	6.0	5.8
(abierta a la mitad)	20	17	14	21	15	14
(abierta un cuarto)	57	48	40	60	42	41
Válvula de ángulo (abierta)	4.7	2.0	1.0	2.4	2.0	2.0
Válvula de retención (abierta)	2.9	2.1	2.0	2.0	2.0	2.0
de disco oscilante						
Válvula de compuerta (abierta)	0.24	0.16	0.11	0.35	0.16	0.07
Curva de retorno	1.5	0.95	0.64	0.35	0.30	0.25
Te (ramificación)	1.8	1.4	1.1	0.80	0.64	0.58
Te (línea)	0.9	0.9	0.9	0.19	0.14	0.10
Codo estándar	1.5	0.95	0.64	0.39	0.30	0.26
Codo de extensión larga	0.72	0.41	0.23	0.30	0.19	0.15
Codo de 45°	0.32	0.30	0.29			

Tabla N° 7.3 Se muestra los Coeficientes de pérdida K nominales (flujo turbulento).

Codo en U $K = 2.20$

Codo de 90°, estándar $K = 0.90$

Codo de 45° $K = 0.42$

Codo de radio medio $K = 0.75$

- Codo de radio largo $K = 0.60$
- Tee estándar $K = 1.80$
- Válvula de compuerta completamente abierta $K = 0.19$
- Válvula de globo completamente abierta $K = 10.0$
- Válvula check completamente abierta $K = 2.50$
- Válvula de ángulo completamente abierta $K = 5.00$

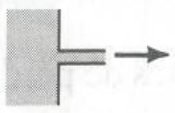
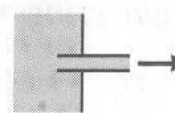
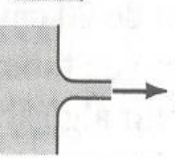
Admisión con borde cuadrado (o arista viva)		0.5
Admisión entrante		0.8
Admisión bien redondeada		0.03
Salida de tubería		1.0

Fig. N° 7.13 se muestra los coeficientes de pérdida K.

	Relación de áreas	
Contracción repentina ^b	2:1	0.25
	5:1	0.41
	10:1	0.46
Placa de orificio	1.5:1	0.85
	2:1	3.4
	4:1	29
	$\geq 6:1$	$2.78 \left(\frac{A}{A_0} - 0.6 \right)^2$
Ensanchamiento repentino ^c		$\left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$
Esquina de inglete a 90° (sin álabes)		1.1
	(con álabes)	0.2
Contracción general	(ángulo incluido 30°)	0.02
	(ángulo incluido 70°)	0.07

Fig. N° 7.14 se muestra los valores de las diferentes relaciones de áreas.

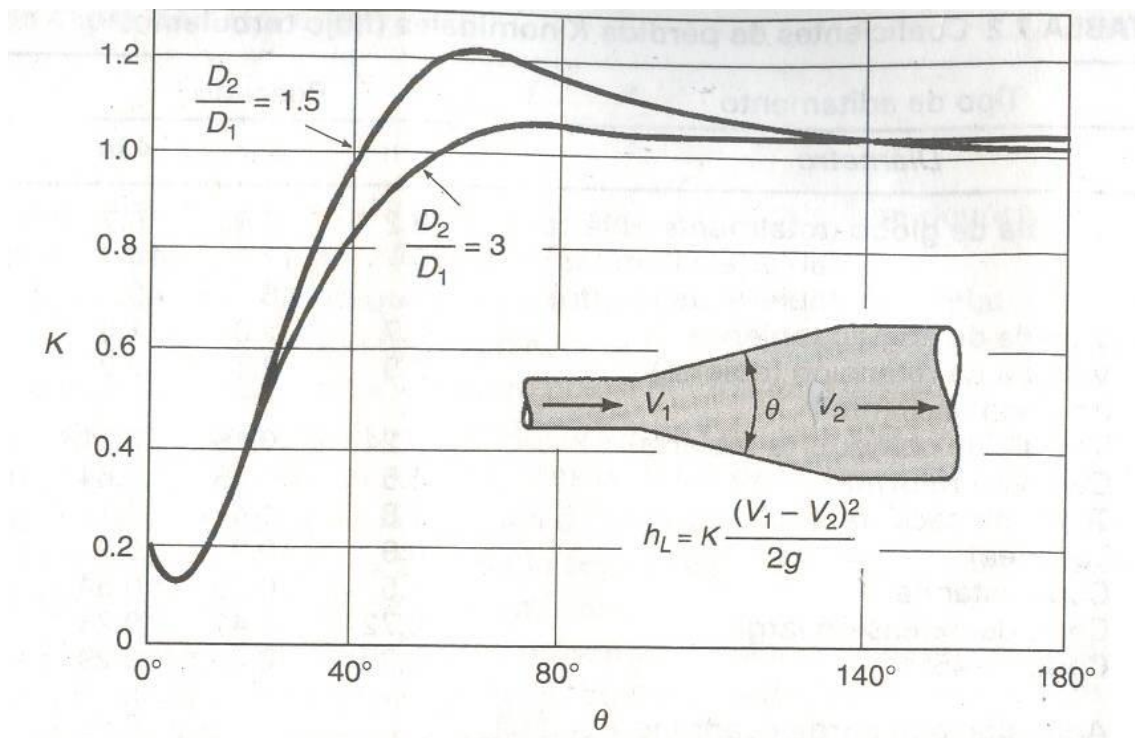


Fig. N° 7.15 se muestra como calcular el Coeficiente de pérdida en una expansión cónica.

7.4 Redes de Tuberías

Los sistemas de tuberías: de agua potable de una ciudad, en plantas industriales, de riego, de drenaje y otros, pueden tener diseño sencillo (en serie) o diseños complejos (en paralelo y ramificados). Se desarrollará a continuación los sistemas sub dividiéndolos en:

- Tuberías en serie.
- Tubería equivalente.
- Tuberías ramificadas.
- Tuberías en paralelo.

Tuberías en serie: Se tiene tuberías en serie cuando se conectan dos tuberías diferentes (en tamaño o rugosidades), de modo tal que la misma cantidad de fluido fluya a través de ellas y la pérdida de carga total es la suma de pérdidas de carga parciales:

$$h_{pT} = \sum h_{pi}$$

Tubería equivalente: Se puede sustituir un sistema de tuberías en serie por una sola tubería equivalente, siempre y cuando la misma pérdida de carga produzca el mismo caudal en ambos sistemas.

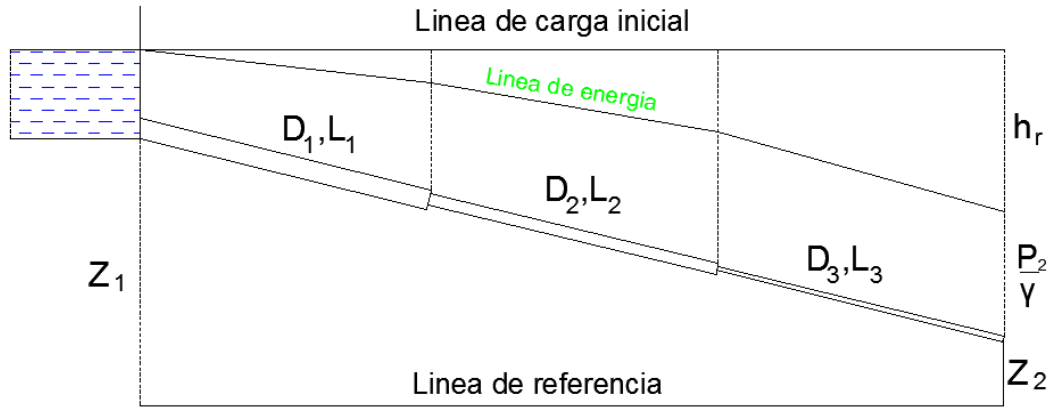


Fig. N° 7.16 se muestra un sistema de tuberías equivalentes.

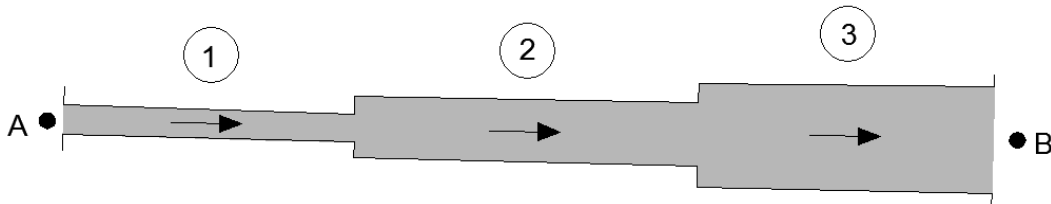


Fig. N° 7.17 se muestra un sistema de tuberías en serie.

La longitud equivalente (L_e), se puede hallar por dos métodos, si se conoce las pérdidas menores y si se conoce la pérdida de carga total. Como la pérdida de carga total es la misma:

$$h_f = f \frac{L_e V^2}{D 2g} = K \frac{V^2}{2g} \quad L_e = \frac{\sum K \cdot D_e}{f} \quad (7.16)$$

$\sum K$: Sumatoria de las pérdidas menores existentes

Añadiéndole este valor a la longitud inicial tendremos la longitud equivalente final.

Si tenemos la pérdida de carga como dato:

$$h_f = \frac{f}{D} \left(L + \frac{\sum K D_e}{f} \right) \frac{V^2}{2g} \quad (7.17)$$

$$L_{total} = L + \frac{\sum K D_e}{f} \quad (7.18)$$

Sistemas de tuberías en paralelo: Los sistemas de tuberías en paralelo están constituidas por dos o más tuberías que partiendo de un punto se ramifican y vuelven a unirse en otro punto aguas abajo del primero

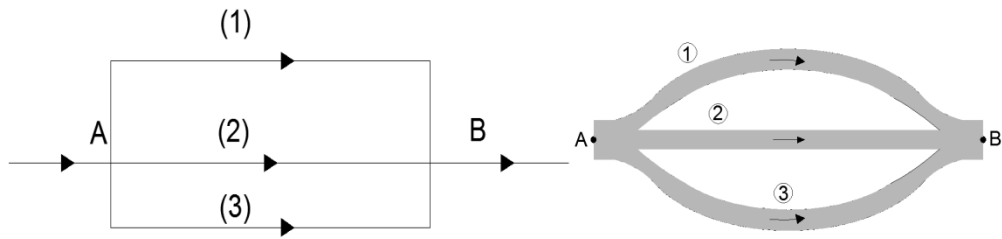


Fig. N° 7.18 se muestra un sistema de tuberías en paralelo

Si analizamos la línea de carga piezométrica entre A y B

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + h_{A-B} \quad , \quad h_{A-B} = \left(\frac{P_A}{\gamma} + z_A \right) - \left(\frac{P_B}{\gamma} + z_B \right) \quad (7.19)$$

Entonces la pérdida de carga de cada rama es igual es igual a la pérdida de carga entre los puntos A y B (h_{A-B}).

Se supone que las pérdidas menores están incluidas en las longitudes de cada tubería como longitudes equivalentes.

Sistemas de Tuberías Ramificadas: Los sistemas de tuberías ramificadas están constituidas por dos o más tuberías que se ramifican en cierto punto y no vuelven a unirse aguas abajo.

La solución se encuentra suponiendo primero una elevación de la línea piezométrica en la unión y luego calculando el caudal para cada rama, teniendo que cumplirse el principio de continuidad ($Q_i = Q_o$). Si el caudal hacia la unión es muy grande se asume una mayor elevación de la carga piezométrica, lo cual reducirá el caudal de ingreso (Q_i) e incrementara el caudal de salida (Q_o)

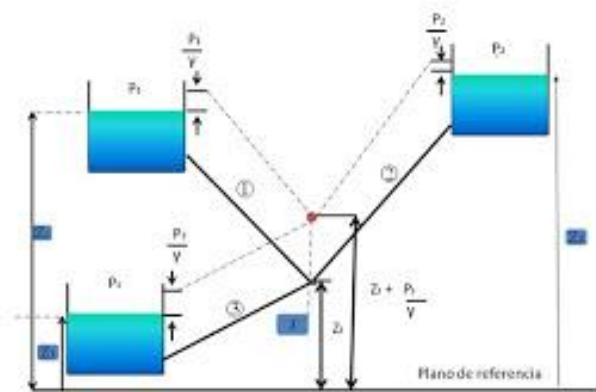
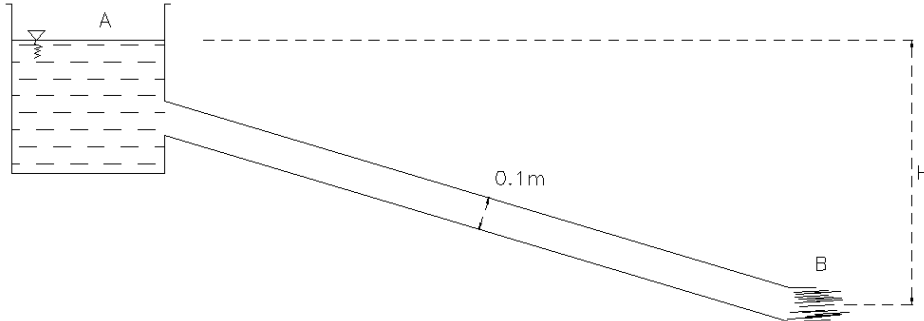


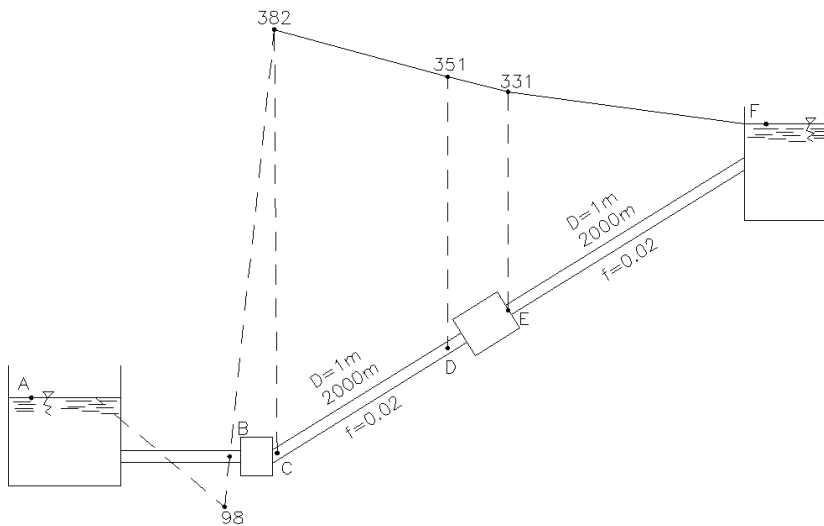
Fig. N° 7.19 se muestra un sistema de tuberías ramificadas

PROBLEMAS PROPUESTOS

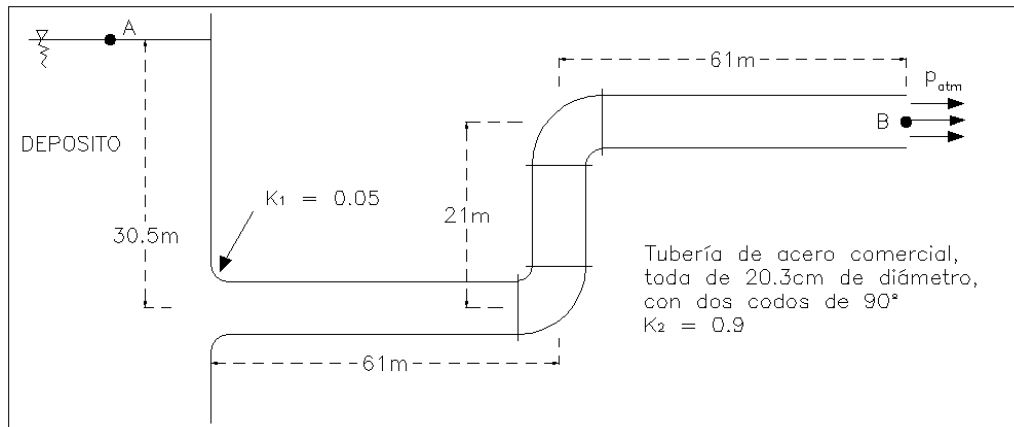
- En la figura adjunta, el diámetro del tubo es de 10 cm, y el coeficiente de fricción es de 0.22, la longitud del tubo es de 400 m. determinar la diferencia de alturas si deseamos un caudal de 10 lt/s.



- La bomba BC suministra agua al reservorio F, de acuerdo a la línea de energía mostrada en la figura adjunta. Determinar la potencia de la bomba BC, la potencia de la turbina DE, de la elevación del reservorio F.



- Haciendo uso de un sistema de tuberías, se transporta aguas desde un gran depósito, para descargarlo en forma de chorro libre. ¿cuál será el caudal en la salida B, si se utiliza un acero comercial de 0.203 m de diámetro con los accesorios indicados?



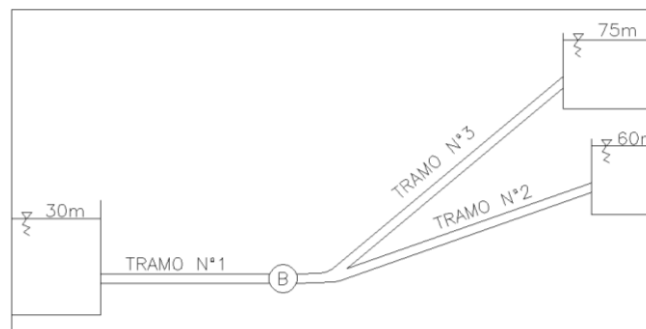
4. Por el sistema mostrado, fluye agua, si por el tramo 2 fluye 115 l/s, calcular:

a) el caudal que circula en el tramo 1 y 3

b) la potencia de la bomba para $\eta = 0.84$

$L_1 = 400$ m, $D_1 = 0.30$ m; $f_1 = 0.018$; $L_2 = 600$ m, $D_2 = 0.15$ m; $f_2 = 0.023$

$L_3 = 300$ m, $D_3 = 0.20$ m; $f_3 = 0.020$



5. Por el sistema mostrado fluye agua, si por el tramo 4 circula 250 l/s, se pide calcular:

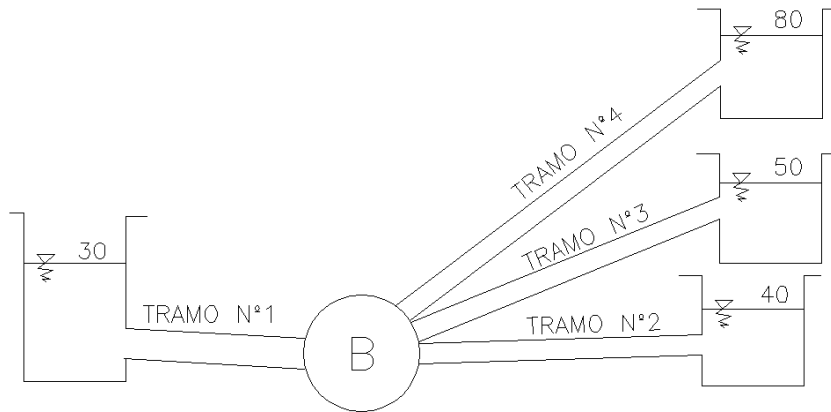
a) El caudal que circula por los tramos 1,2 y 3

b) La potencia de la bomba ($\eta = 0.85$)?

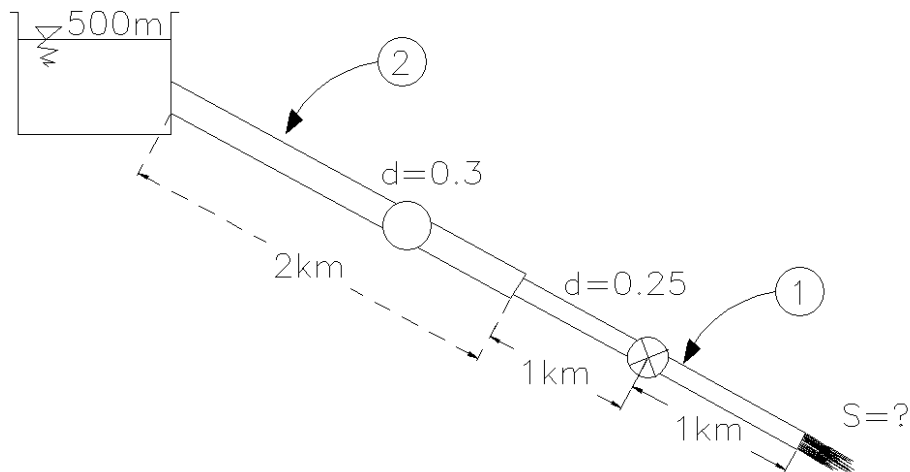
Para:

$L_1 = 400$ m, $D_1 = 0.30$ m $f_1 = 0.018$; $L_2 = 500$ m, $D_2 = 0.25$ m $f_2 = 0.020$

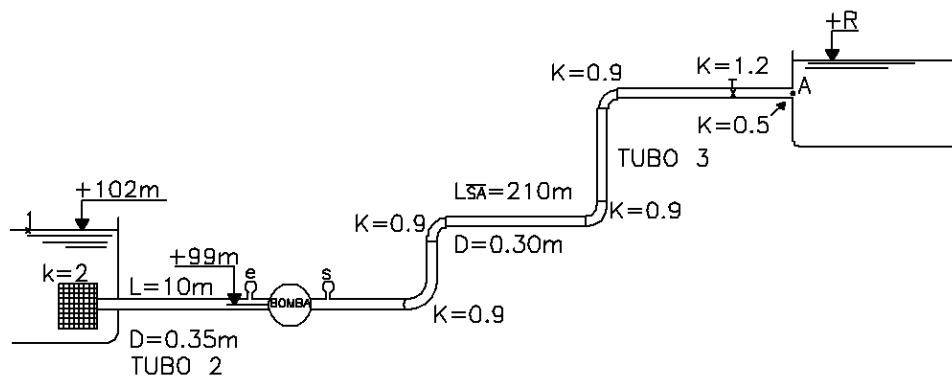
$L_3 = 350$ m, $D_3 = 0.20$ m $f_3 = 0.022$; $L_4 = 300$ m, $D_4 = 0.30$ m $f_4 = 0.015$



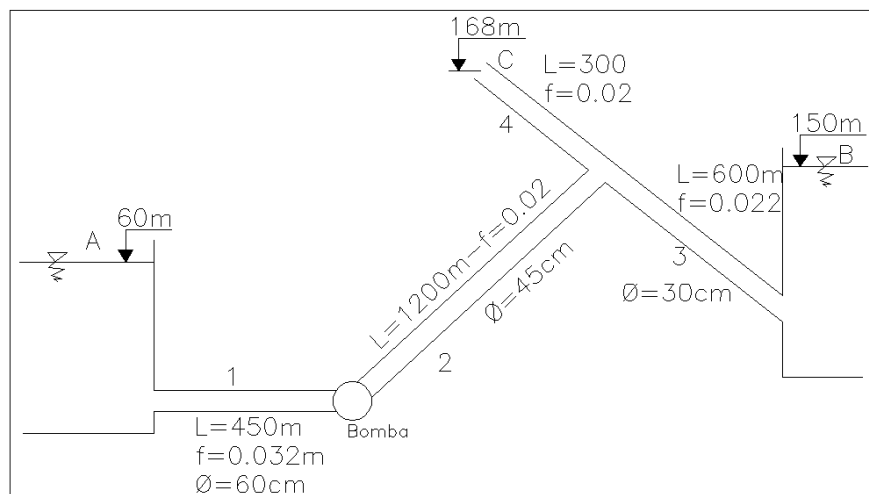
6. De la figura adjunta, se muestra un sistema de tuberías por el cual circula petróleo a un caudal de 200 l/s. en invierno la válvula está abierta y los coeficientes de Darcy son $f_1= 0.036$ y $f_2=0.033$. en verano la viscosidad cambia y los coeficientes bajan $f_2=0.029$ y $f_1= 0.028$. ¿Cuál debe ser en verano la pérdida de carga (PC), debida a las valvular, para mantener el caudal constante



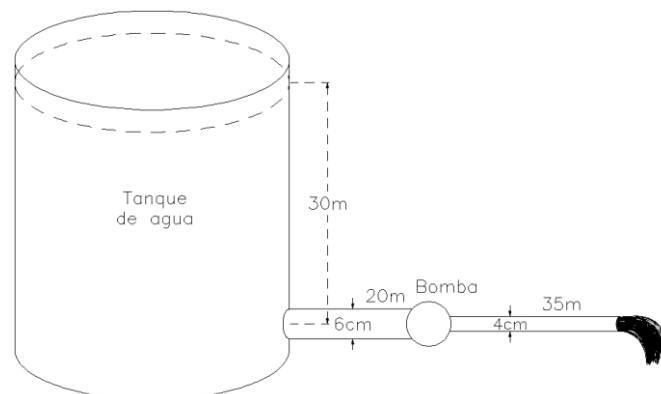
7. En el sistema mostrado, hallar la cota de la superficie del agua en el reservorio R, trazar la línea piezometrica y de energía si la bomba que tiene 0.8 de eficiencia desarrollada 85 HP cuando el canal es de 0.150 m³/s, considerando un $f= 0.032$, para toda la tubería, si pide calcular P_e y P_s .



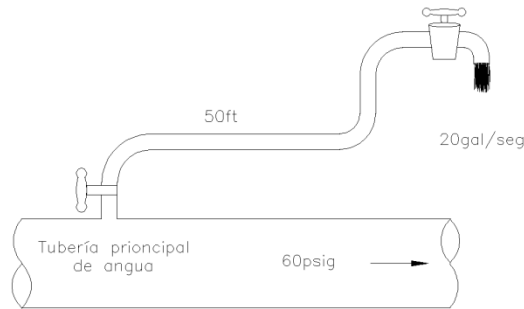
8. La bomba de la figura lleva 100 l/s hasta una elevación de 168 m, y 200 l/s hasta el recipiente superior de 150 m. calcular la potencia de la bomba y el diámetro de la tubería de 300 m de longitud.



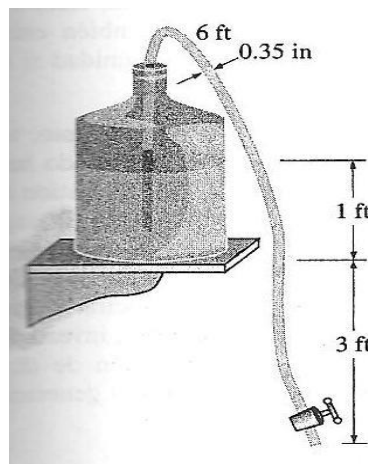
9. Se tiene agua a 15°C que se descargara de un depósito a razón de 18l/s con el uso de dos tuberías horizontales de hierro fundido conectadas en serie y una bomba entre ellas. la primera tubería mide 20 m de largo y 6 cm de diámetro, mientras que la segunda tubería mide 35 m de largo y 4 cm de diámetro. El nivel del agua en el depósito está a 30 m sobre la línea central de la tubería. La entrada de la tubería tiene bordes agudos y perdidas relacionadas con la conexión de la bomba son despreciables. Ignore el efecto del factor de corrección de energía cinética y determine la carga de bombeo necesaria y la potencia de bombeo mínima para mantener la razón de flujo indicada.



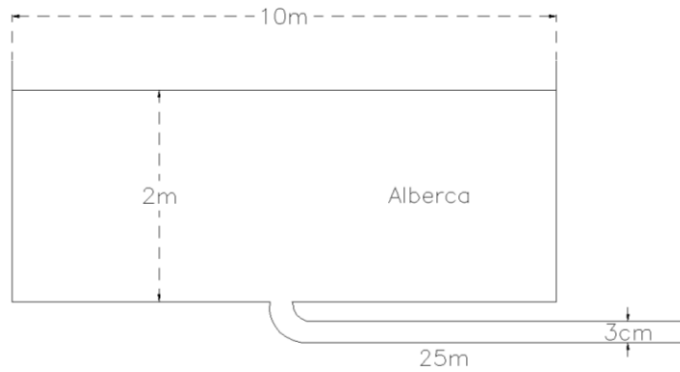
10. Una fuente de agua se instalara en una ubicación remota al unir una tubería de hierro fundido directamente a una tubería principal por la que fluye a 70°F y 60 psig. La entrada a la tubería tiene bordes agudos y el sistema de tuberías de 50 pies de largo tiene tres codos esquinados de 90° sin alabes directores, una válvula de ángulo con un coeficiente de pérdida de 5 cuando está totalmente abierta. Si el sistema debe proporcionar agua a una razón de 20 gal/min y la diferencia de elevación entre la tubería y la fuente es despreciable, determine el diámetro mínimo del sistema de tubería.



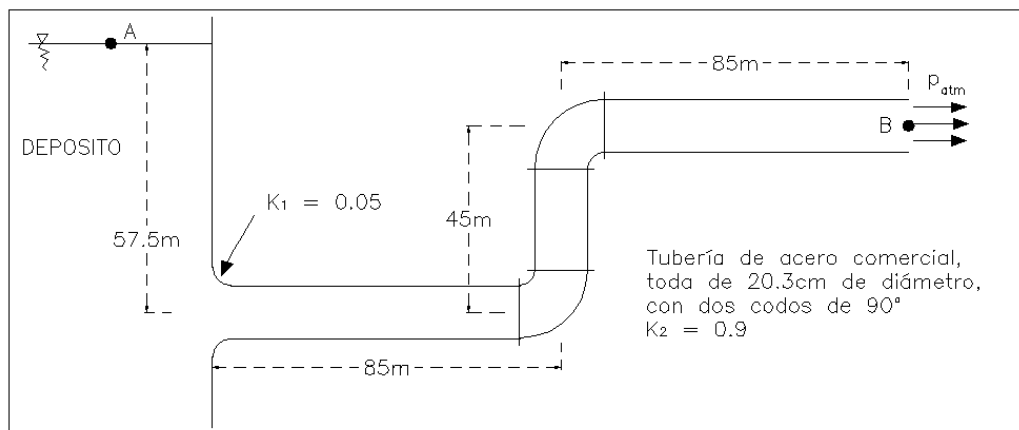
11. Las necesidades de agua potable en una oficina se satisfacen por medio de grandes botellas de agua. En la botella, que está en el anaquel elevado, se introduce un extremo de una manguera plástica de 0.35 pulg de diámetro y 6 pies de largo, mientras que en el otro extremo, con una válvula de tipo todo-nada, se mantiene 3 pies por debajo del fondo de la botella. Si el nivel del agua en la botella es de 1 pie cuando está llena, determine cuanto tiempo tardara llenar un vaso de 8 onzas (0.00835 pies³) a) cuando la botella se abre por primera vez y b) cuando la botella está casi vacía. Considere los coeficientes de perdida menor, inclusive la válvula todo-nada es de 2.8 cuando está totalmente abierta. Suponga que la temperatura del agua es la misma que la temperatura ambiente de 70 °F.



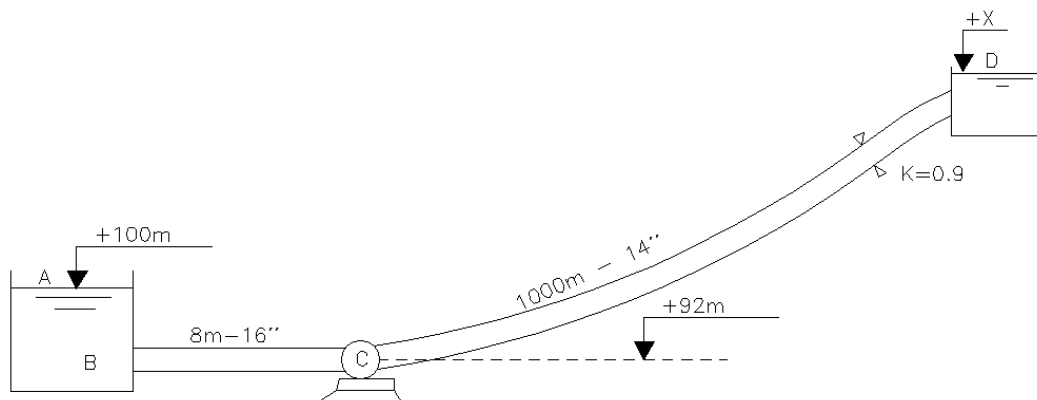
12. El agua a 20 °C en una alberca de 10 m de diámetro y 2 m de altura desde el fondo se debe vaciar cuando se abre la tapa de la tubería plástica horizontal de 3 cm de diámetro y 25 m de largo unida al fondo de la alberca. Determine la razón inicial de descarga del agua a través de la tubería y el tiempo que tardara en vaciarse totalmente la alberca, si supone que la entrada a la tubería esta redondeada con perdida despreciable. Considere que el factor de fricción de la tubería es de 0.022. con una velocidad de descarga inicial, verifique si este es un valor razonable para el factor de fricción.



13. Haciendo uso de un sistema de tuberías, se transporta aguas desde un gran depósito, para descargarlo en forma de chorro libre. ¿Cuál será el caudal en la salida B, si se utiliza un acero comercial de 0.203 m de diámetro con los accesorios indicados?

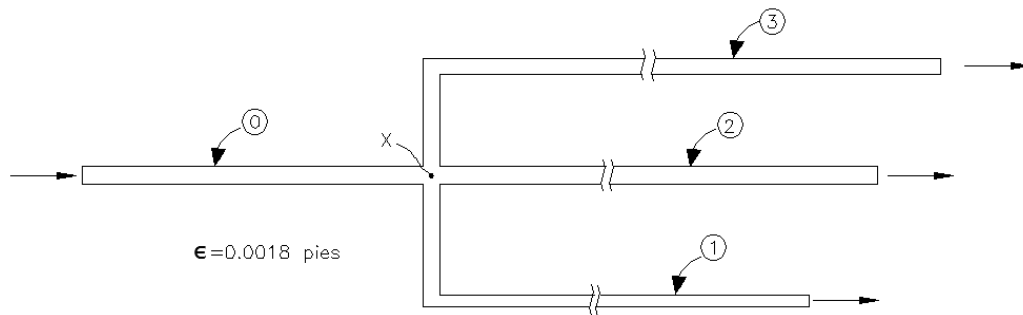


14. Si la bomba mostrada en la figura desarrollada 200hp. Cuando el flujo de agua, en el sistema es de 120 l/s. calcular a que elevación puede ubicarse el reservorio?

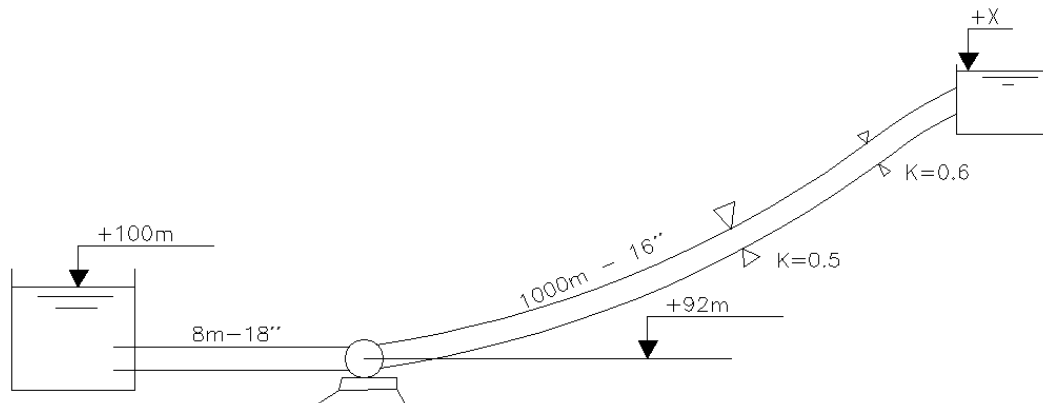


15. Un combustible de viscosidad 0.667 CP y de densidad específica 0.76, fluye a razón de 80 pies/min en una tubería horizontal de 0.5 pies de diámetro. En un extremo final de la tubería se ramifica en tres últimas líneas de 1, 2 y 3 pulgadas de diámetro. Si las longitudes de las tres

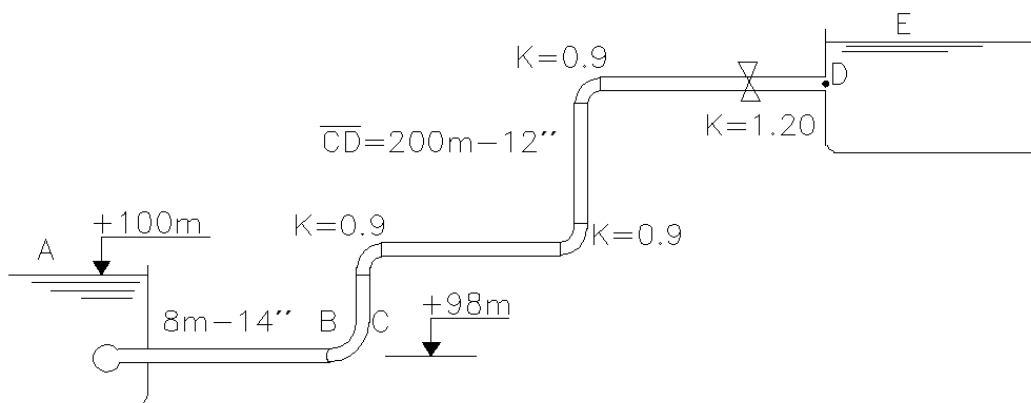
últimas tuberías son 125,325, y 700 pies, y descargan a la atmosfera, determinar el caudal de combustible en cada una de las tuberías?



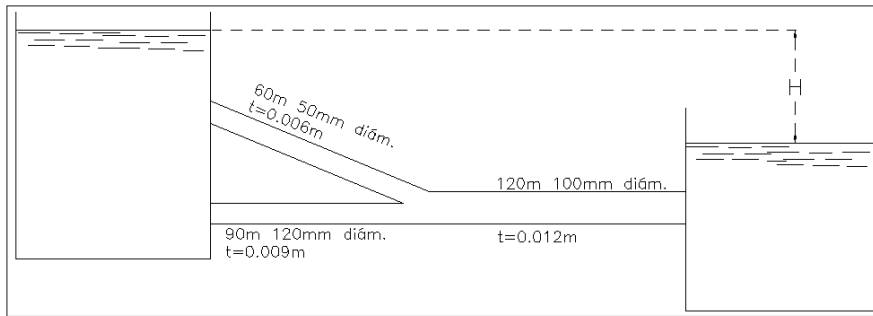
16. La bomba mostrada en la figura adjunta, 200 HP, siendo su eficiencia 78 %. Cuando el flujo de agua es de 150 l/s. calcular la elevación del reservorio (X), conociendo que tanto la tubería de succión como la impulsión son de hierro fundido?



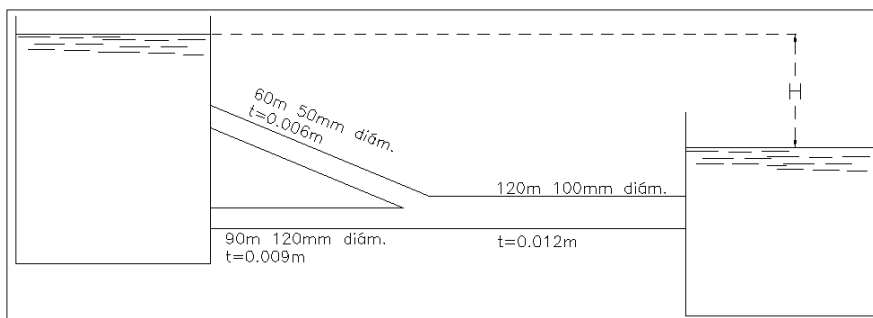
17. La bomba mostrada en la figura desarrolla 80 HP, de eficiencia 0.78. si el flujo de agua del sistema es de 90 l/s, calcular la cota de la superficie del agua del reservorio. (usar la ecuación de Darcy). Las tuberías son de hierro fundido nuevo: dibujar las líneas de energía total y de carga?



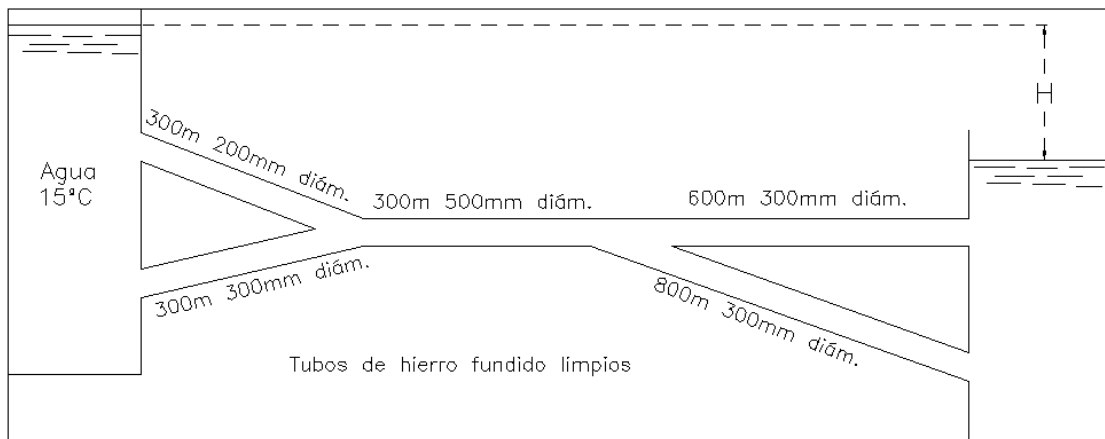
18. Si $H = 12 \text{ m}$ en la figura adjunta, encuentre la descarga para cada tubería, $u = 5 \text{ cP}$, $GE = 0.9$.



19. Encuentre el valor de H , en la figura adjunta, para un gasto de $0.03 \text{ m}^3/\text{s}$, $u = 5 \text{ cP}$, $GE = 0.9$.



20. Encuentre la longitud equivalente de una tubería de hierro forjado limpio de 300 mm de diámetro que puede reemplazar al sistema de la figura adjunta. Si $H = 10 \text{ m}$. ¿cuál es la descarga?



BIBLIOGRAFIA:

- POTTER, Merle. Mecánica de Fluidos. 3ª ed. Color México: Ciencias Ingeniería Editores, 2012. 886 p.
- CENGEL A Yurus. Mecánica de Fluidos GRAW HILL. 3ª ed. Editorial. México. 2010. 996 p.
- SHAMES Irving. Fluid Mechanics and Application. Editorial Graw Hill. 3ª ed. Editorial. México. 2010. 861 p.
- MOTT Robert. Mecánica de Fluidos. 6ta ed. Editorial Pearson México 2006. 626p.
- Munson Bruce. Fundamentos de la Mecánica de Fluidos. Editorial Limusa 2003.872p
- WHITE Frank. Mecánica de Fluidos. 6ta ed. Editorial McGraw hill 2006.864p.
- HANSEN Arturo. Mecánica de Fluidos.
- STRETER Víctor. Mecánica de Fluidos Octava Edición Editorial McGraw Hill. 1992.596p

LINKOGRAFIA:

<http://ingenieriahidraulicaunmsimf.blogspot.com/>