

CAPITULO 9

APLICACIONES DE LAS CURVAS DE NIVEL

9.	Aplicaciones de las curvas de nivel	9-1
9.1.	Cálculo de pendientes	9-1
9.2.	Trazado de líneas de pendiente constante	9-4
9.3.	Cálculo de la cota de un punto	9-6
9.4.	Perfiles, secciones y cálculo de volúmenes a partir de las curvas de nivel	9-7
9.4.1.	Perfiles longitudinales	9-7
9.4.2.	Secciones transversales	9-8
9.4.3.	Cálculo de volúmenes a partir de las secciones transversales	9-11
9.5.	Topografía modificada	9-19
9.6.	Cálculo de volumen de almacenamiento de agua en represas o embalses a partir de las curvas de nivel	9-22
	Problemas propuestos	9-25

9. APLICACIONES DE LAS CURVAS DE NIVEL

Una vez elaborado el mapa topográfico con la representación gráfica del relieve del terreno por medio de las curvas de nivel, podemos utilizar el mismo de diferentes maneras en la planificación y ejecución de obras civiles, usos agrícolas y pecuarios, ordenamiento territorial, planificación, etc.

Un mapa topográfico bien elaborado constituye una base de información indispensable en la planificación, ejecución y control de todo proyecto.

De un mapa topográfico con curvas de nivel podemos determinar la cota o elevación de cualquier punto sobre el plano, la pendiente entre dos puntos, estimar los volúmenes de corte y relleno de material requeridos en la ejecución de una obra, proyectar trazado de vías, etc.

En el presente capítulo estudiaremos algunas de las aplicaciones más importantes de las curvas de nivel.

9.1. Cálculo de Pendientes

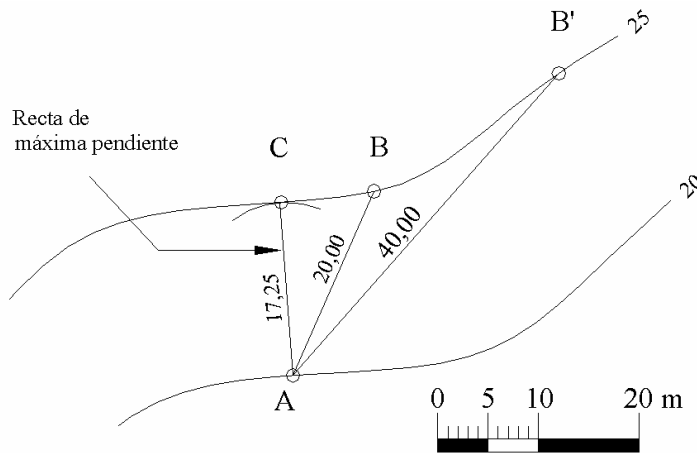


Figura 9.1 Pendiente del terreno

La pendiente de un terreno entre dos puntos ubicados en dos curvas de nivel consecutivas es igual a la relación entre el intervalo de las curvas de nivel o equidistancia y la distancia longitudinal que los separa (figura 9.1)

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100 \quad (9.1)$$

en donde:

P = pendiente del terreno en %

e = equidistancia entre curvas de nivel

D = distancia horizontal entre los puntos considerados

La figura 9.1 representa un plano de curvas de nivel con equidistancia $e = 5$ m.

Como los mapas topográficos representan la proyección del terreno sobre el plano horizontal, todas las distancias que midamos sobre el son distancias en proyección horizontal.

Para calcular la pendiente del terreno entre los puntos A y B de la figura 9.1, medimos directamente con el escalímetro, a la escala indicada, la distancia AB (20,0 m) y aplicamos la ecuación 9.1.

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100 = \frac{5}{20} \cdot 100 = 25\%$$

Si en la figura 9.1, en vez de calcular la pendiente entre A y B, calculamos la pendiente entre A y B', vemos que para salvar el mismo desnivel de 5 m la distancia horizontal es de 40 m por lo que la pendiente entre A y B' será,

$$P = \frac{e}{D} \cdot 100 = \frac{5}{40} \cdot 100 = 12,5\%$$

Como la pendiente entre dos puntos es inversamente proporcional a la distancia horizontal, **la recta de máxima pendiente** entre dos curvas consecutivas se obtendrá para la menor distancia entre las curvas, siendo determinada por una línea tangente a las dos curvas consecutivas, como se muestra en la figura 9.1 por la línea AC.

Ejemplo 9.1

Calcular las pendientes P_1 , P_2 , P_3 y P_4 indicadas en la figura E9-1 y la longitud total del tramo AB.

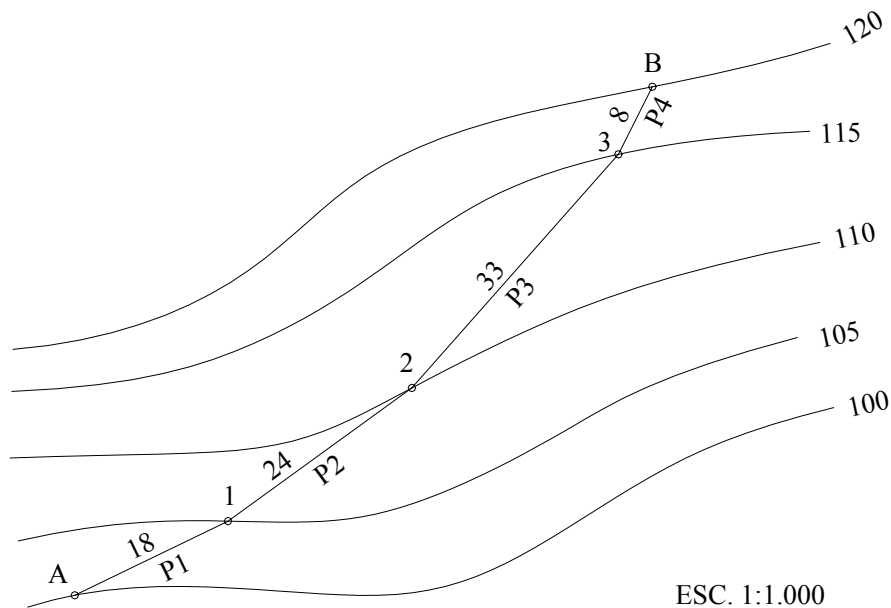


Figura E9-1

Solución

Para calcular las pendientes P_1 a P_4 del alineamiento AB, se requiere medir con el escalímetro y a la escala indicada, la distancia de cada uno de los tramos del alineamiento.

Luego, conociendo la equidistancia entre curvas y aplicando la ecuación 9.1, calculamos la tabla TE9.1

Tabla E9.1.

Tramo	Longitud	P %
A-1	18,00	27,78
1-2	24,00	20,83
2-3	33,00	15,15
3-B	8,00	62,50
Σ	83,00	

Longitud total del tramo, $L = 83,00$ m.

Ejemplo 9.2.

A partir del punto A, ubicado en la cota 105 de la figura E9.2.a, trace la línea máxima pendiente hasta la cota 125.

Calcule además, la longitud total de la línea de máxima pendiente y la pendiente de cada uno de los tramos.

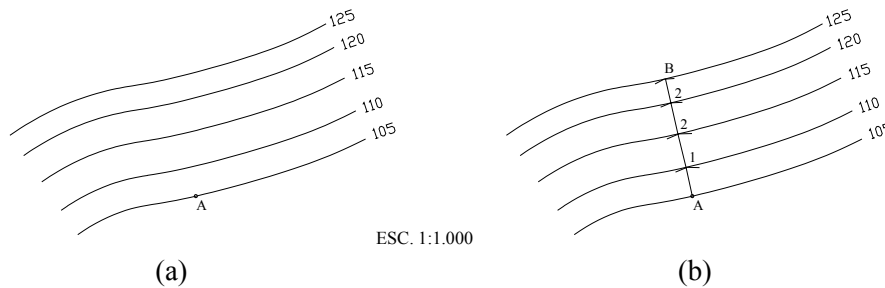


Figura E9.2

Solución

Como por definición, la recta de máxima pendiente entre dos curvas consecutivas es el segmento más corto entre las mismas, trazamos con el compás, a partir del punto A, un arco de círculo tangente a la curva 110, localizando el punto de tangencia 1 mostrado en la figura E9.2.b. El segmento A1 representa la recta de máxima pendiente entre el punto A, ubicado en la curva 105, y la curva 110.

Luego, aplicando sucesivamente el mismo procedimiento, determinaríamos los puntos restantes, definiendo la línea de máxima pendiente.

Finalmente, midiendo la distancia de cada uno de los tramos determinados y conociendo la equidistancia entre curvas, calculamos la pendiente para cada tramo mediante la aplicación de la ecuación 9.1. Este cálculo se resume en la tabla E9.2.

Tabla E9.2.

Tramo	Longitud	P %
A-1	6,00	83,33
1-2	7,00	71,43
2-3	6,50	76,92
3-4	5,00	100,00
Σ	24,50	

Longitud total de la línea de máxima pendiente $L = 24,50$ m.

9.2. Trazado de Líneas de Pendiente Constante

Un procedimiento muy común en el estudio de rutas para proyectos viales, ferroviarios, de riego, etc., es el del trazado de líneas de pendiente constante.

En la escogencia de la ruta de una carretera en terreno ondulado o de montaña, una de las mayores limitantes es el de mantenerse dentro de los límites de pendiente y longitudes críticas establecidos por el comportamiento de vehículos pesados, por lo que se hace necesario establecer un procedimiento para trazar, a partir de un mapa de curvas de nivel, una línea de pendiente constante que no sobrepase la pendiente máxima permitida según el tipo de carretera.

El procedimiento para el trazado de la línea de pendiente constante se explicará con la ayuda de la figura 9.2.

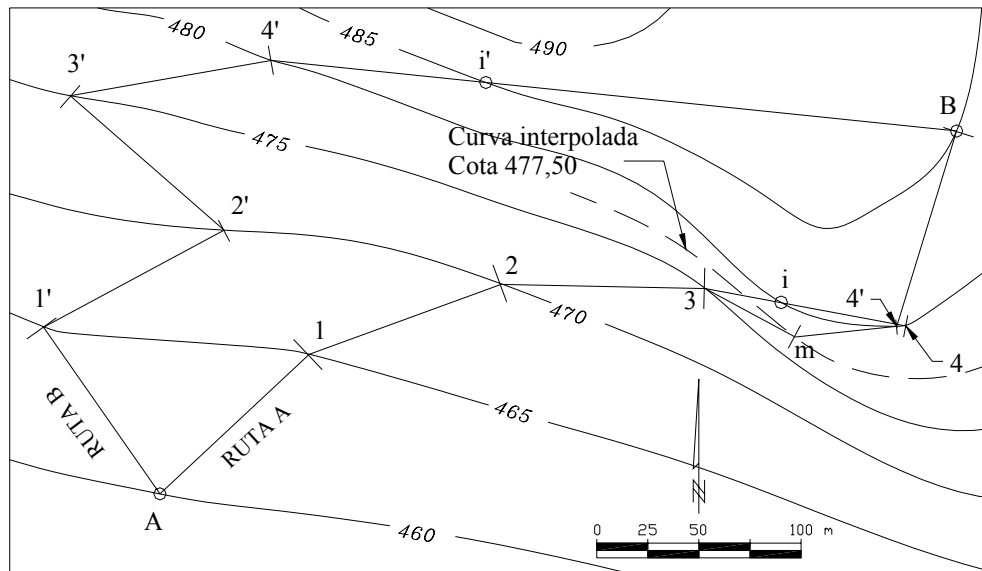


Figura 9.2. Trazado de una línea de pendiente constante

Supongamos que en la figura 9.2 deseamos trazar una línea que una los puntos A y B, con una pendiente igual o menor al 5%.

Como primer paso calculamos la distancia horizontal que hay que recorrer para vencer el desnivel entre curva y curva (equidistancia) sin sobrepasar la pendiente establecida del 5%.

Despejando D de la ecuación 9.1. tenemos:

$$D = \frac{e}{P} \cdot 100 = \frac{5}{5} \cdot 100 = 100m$$

que según la ecuación 8.2, en la escala del mapa representa un valor de 4 cm.

$$VAR = \frac{VR}{ESC} \cdot 100 = \frac{100}{2500} \cdot 100 = 4cm$$

Abrimos el compás hasta obtener un radio igual a 4 cm y haciendo centro en el punto A trazamos un arco de círculo hasta cortar la siguiente curva determinando los puntos 1 y 1'.

Haciendo centro en los puntos obtenidos y con la misma abertura del compás, avanzamos hacia la siguiente curva trazando arcos de círculo determinando los puntos 2 y 2'.

Como por lo general, para pasar de una curva a la siguiente se obtienen dos alternativas, para pasar a un nuevo nivel (segunda curva) obtendremos cuatro alternativas y para pasar al siguiente nivel (tercera curva) obtendremos ocho alternativas y así sucesivamente, teóricamente el número de soluciones estaría en progresión geométrica de acuerdo al número de curvas de nivel entre los puntos extremos.

En la figura 9.3 se representa esquemáticamente el número de alternativas posibles para trazar una ruta de pendiente constante entre dos puntos.

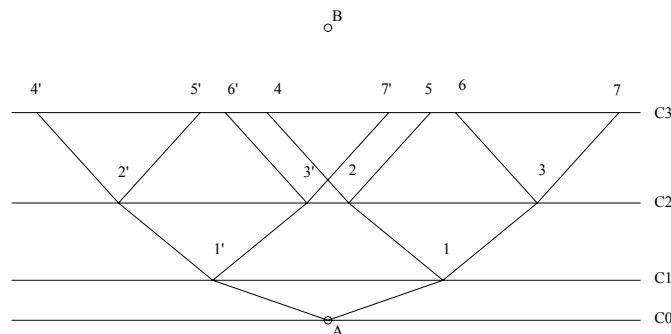


Figura 9.3. Número de rutas posibles entre dos puntos

Siendo la ruta óptima la alternativa de menor longitud, debemos ir descartando aquellas alternativas que nos alejen del punto de llegada. También se debe evitar aquellas soluciones que produzcan excesivos cambios de dirección (alineamientos en zig zag) ó ángulos muy agudos como se muestra en la ruta B de la figura 9.2.

Nótese que en la figura 9.2, al pasar del nivel 475 al nivel 480 en la ruta A, el segmento resultante corta dos veces la curva 480 generando los puntos *i* y 4.

El punto intermedio *i* se ubica a 38 m del punto 3 por lo que la pendiente del tramo 3-*i* será $P_{3i} = (5/38) \times 100 = 13,16\%$, mayor que la pendiente permitida, mientras que la pendiente del tramo *i*-4, por cortar la misma curva de nivel será 0%.

Un procedimiento recomendado en estos casos, para cumplir con la pendiente permitida es dibujar una curva de nivel intermedia, en nuestro ejemplo la 477,50 y trazar los arcos 3-*m* y *m*-4' con radio igual a 50 m (1 cm a la escala del plano), ya que el desnivel entre 3 y *m* es 2,5 m e igual al desnivel entre *m* y 4'.

En la ruta B, para pasar de 4' a B pasamos por el punto intermedio *i*' ubicado a 105 m de 4' por lo que la pendiente del tramo 4'-*i*' es menor a la máxima permitida. El tramo *i*'-B será un tramo a nivel ($P = 0\%$).

Diversos factores tales como geológicos, geomorfológicos, costo de la tierra, ambientales, etc., influyen en la selección de la ruta definitiva. En nuestro ejemplo, solamente consideramos la longitud de la vía por lo que la ruta A resulta, por su menor longitud, la mejor opción de trazado.

Otras soluciones diferentes pudieran obtenerse partiendo del punto B.

Nótese que una línea trazada de esta manera es de pendiente constante y va a ras del terreno por lo que no genera cortes ni rellenos.

9.3. Cálculo de la Cota de un Punto

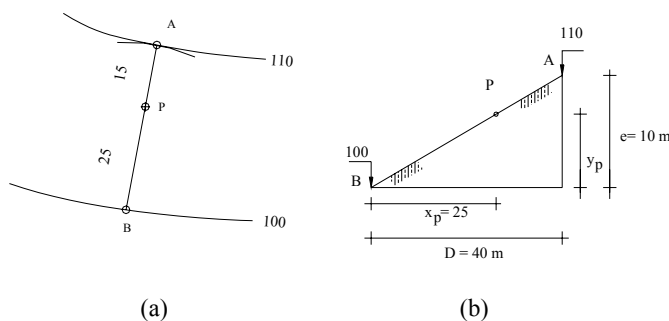


Figura 9.4. Cálculo de la cota de un punto

Comúnmente, en la elaboración de proyectos, es necesario determinar la cota de un punto sobre un mapa a curvas de nivel.

El proceso de interpolación para el cálculo de la cota de un punto ubicado entre dos curvas de nivel se explicará con la ayuda de la figura 9.4.

Para calcular la cota del punto *P* de la figura 9.4.a. se procederá de la siguiente manera

- Trazamos por *P* un arco de círculo tangente a la curva superior (cota 110) determinando el punto *A*.
- Unimos *A* con *P* y prolongamos la alineación hasta cortar la curva inferior (cota 100) determinando el punto *B*.
- Medimos las distancias horizontales *B-P* y *B-A* representados en la figura 9.4.b. por x_p y *D* respectivamente.

- Conociendo la equidistancia e entre curvas de nivel, por relación de triángulos (figura 9.4.b) calculamos y_p .

$$y_p = x_p \cdot \frac{e}{D} = 25 \cdot \frac{10}{40} = 6,25m$$

- La cota de P será la cota de B más y_p .

$$Q_p = 100 + 6,25 = 106,25$$

$$Q_p = 106,25 m$$

9.4. Perfiles, Secciones y Cálculo de Volúmenes a Partir de las Curvas de Nivel

9.4.1. Pefiles Longitudinales

En el punto 6.6 correspondiente a nivelación de perfiles, estudiamos el procedimiento de campo para la elaboración de perfiles. En un proyecto de ingeniería, por lo general es necesario analizar diferentes alternativas, por lo que sería impráctico levantar en campo un perfil para cada una de las alternativas planteadas.

El perfil longitudinal es la traza que el eje del proyecto marca sobre el plano vertical. Un perfil longitudinal se puede construir a partir de las curvas de nivel como se explica en el ejemplo 9.3.

Ejemplo 9.3.

Construya el perfil longitudinal del alineamiento AB a partir de la figura E9.3.

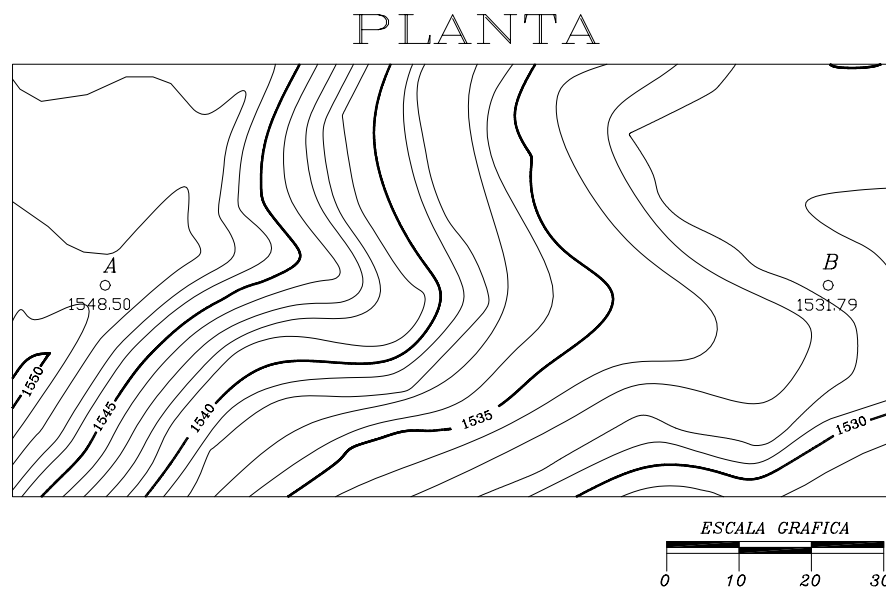


Figura E9.3

Solución

- Determinamos, mediante el proceso de interpolación descrito anteriormente, las cotas de los puntos A($Q_A = 1.548,50$) y B($Q_B = 1.531,79$).
- Luego trazamos un sistema de coordenadas rectangulares x,y (distancias, cotas) en donde se representará el perfil longitudinal del alineamiento **AB** (figura E.9.3.1).
- Como por lo general, los desniveles a representar son mucho menores que las distancias horizontales, se acostumbra que la escala del eje de las cotas sea unas diez veces mayor que la escala de las distancias. En nuestro ejemplo, por problemas de espacio, usaremos la misma escala horizontal del mapa 1:1.000, y una escala vertical 1:200 para las cotas.
- Determinamos las distancias parciales entre cada uno de los puntos de intersección de la línea **AB** con las curvas de nivel. Como la escala horizontal del mapa es la misma que la del perfil, bastará con proyectar los puntos de intersección sobre el eje horizontal del perfil (figura E.9.3.1).
- Las cotas de los puntos de intersección corresponden a las cotas de las curvas de nivel intersecadas.
- Unimos en forma consecutiva los puntos ploteados obteniendo el perfil longitudinal **AB**.
- Por lo general, en la parte inferior se colocan en forma tabulada las distancias parciales, progresivas y las cotas del terreno como se muestra en la figura E9.3.1.

9.4.2. Secciones Transversales

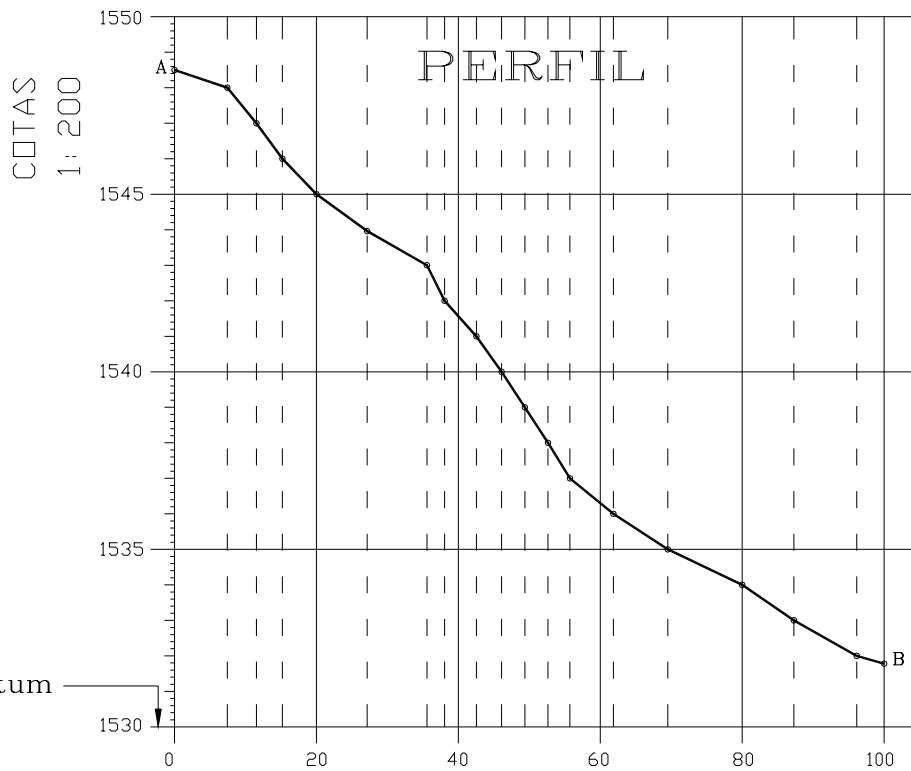
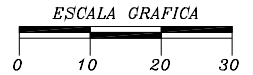
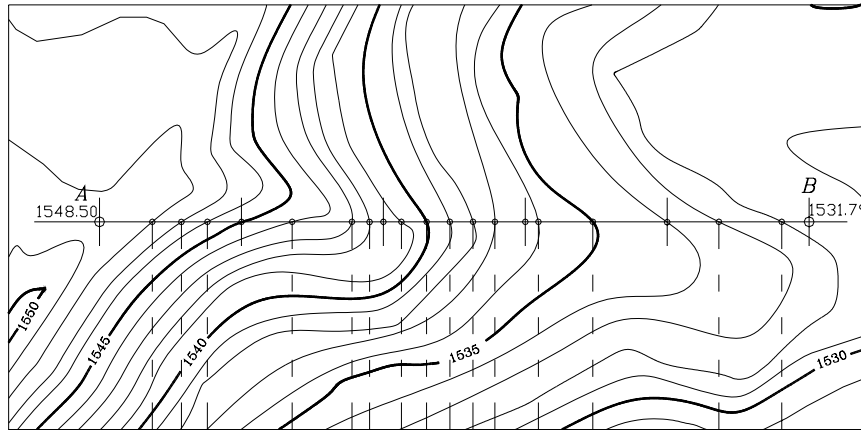
Las secciones transversales son perfiles perpendiculares al eje de referencia del proyecto.

Las secciones transversales se utilizan para el cálculo del volumen del movimiento de tierra necesarios en la construcción de un proyecto.

En la preparación de un proyecto, en donde se requiere el análisis de diferentes alternativas, las secciones transversales se pueden construir a partir del mapa a curvas de nivel, en forma similar a la descrita en el caso de perfiles longitudinales.

Con la ayuda del ejemplo 9.4 se explica el proceso para la elaboración de las seccionestransversales a partir del mapa de curvas de nivel.

PLANTA



DISTANCIAS
1: 1.000

DISTANCIAS	PARCIAL	0,00	7,44	4,10	3,66	4,80	7,15	8,43	2,48	1,94	2,54	3,55	3,28	3,26	3,08	4,29	1,85	7,66	10,49	7,28	8,85	3,87	
	PROGRESIVA	0+000,00	0+007,44	0+011,54	0+015,20	0+020,00	0+027,15	0+035,58	0+038,06	0+040,00	0+042,54	0+046,09	0+049,37	0+052,63	0+055,71	0+060,00	0+061,85	0+069,51	0+080,00	0+087,28	0+096,13	0+100,00	
	COTA TERRENO	1548,50	1548,00	1547,00	1546,00	1545,00	1544,00	1543,00	1542,60	1541,00	1540,00	1539,00	1538,00	1537,00	1536,30	1536,00	1535,00	1534,00	1533,00	1532,00	1531,79		

Figura E.9.3.1

Ejemplo 9.4.

A partir de la figura E9.3., construya las secciones transversales en A y B y a cada 20 m sobre el alineamiento **AB**.

Ancho de las secciones transversales: 25 m a cada lado del eje,
Escala: V = H = 1:200

Solución

- Ubicamos, a partir del punto **A** y a cada 20 m los puntos donde se requiere construir las secciones transversales (ver figura E.9.4.1).

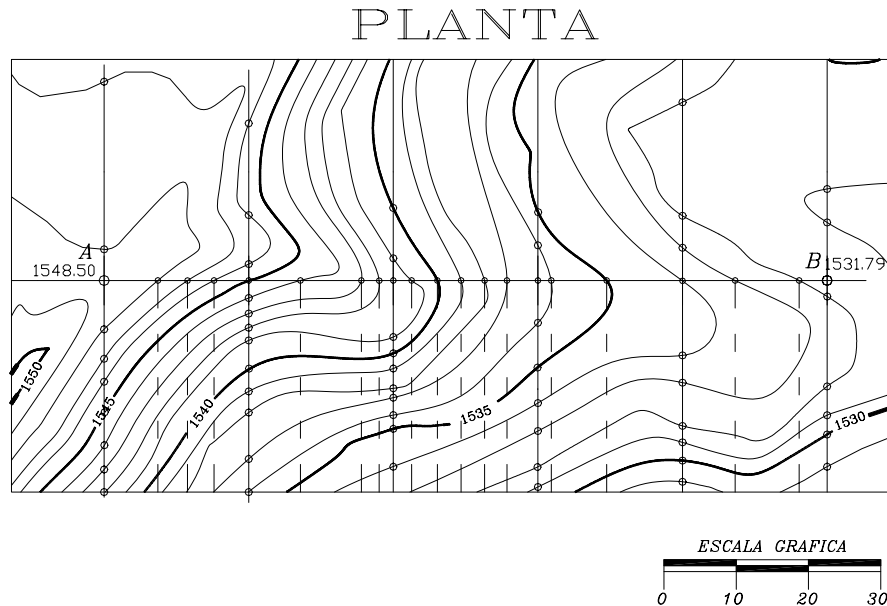


Figura E.9.4.1

- Trazamos por los puntos **A** y **B** más en los puntos determinados anteriormente, perpendiculares con un ancho aproximado de 60 m (30 m a cada lado del eje).
- Medimos, a partir del eje y a cada lado del mismo, la distancia horizontal a cada una de las intersecciones con las curvas de nivel, anotando la cota correspondiente. A manera ilustrativa se reproducen los datos tomados para la sección en A.

$\frac{-27,50}{1.547,00}$	$\frac{-4,30}{1.548,00}$	$\frac{0}{1.548,50}$	$\frac{6,75}{1.548,00}$	$\frac{10,80}{1.547,00}$	$\frac{14,00}{1.546,00}$	$\frac{18,20}{1.545,00}$	$\frac{22,80}{1.544,00}$	$\frac{26,10}{1.543,00}$
---------------------------	--------------------------	----------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- Sobre un sistema de coordenadas **xy** (distancia, cota) ploteamos a escala e independientemente cada una de las secciones obtenidas, en la forma que se muestra a continuación.

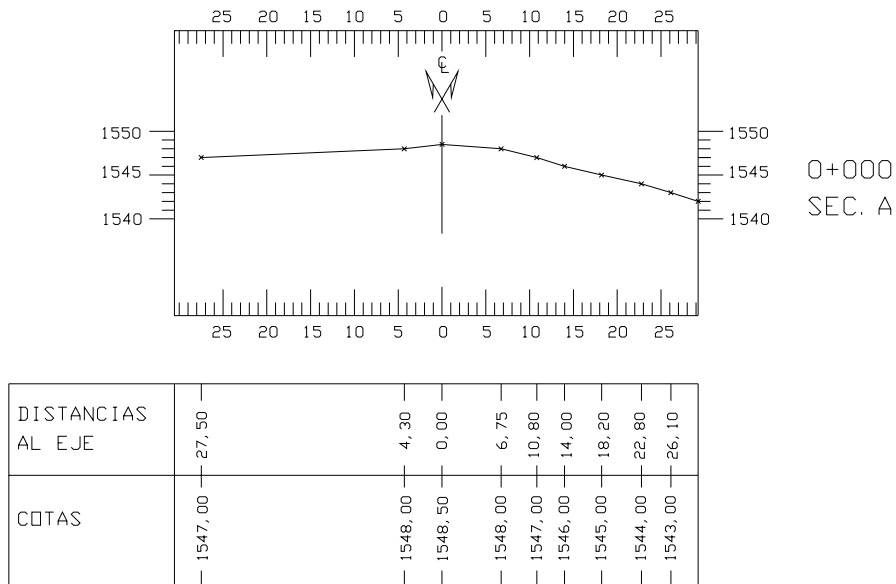


Figura E.9.4.2

Por lo general, se acostumbra dibujar las secciones a lo largo de la línea central y en forma consecutiva como se muestra en la figura E9.4.3.

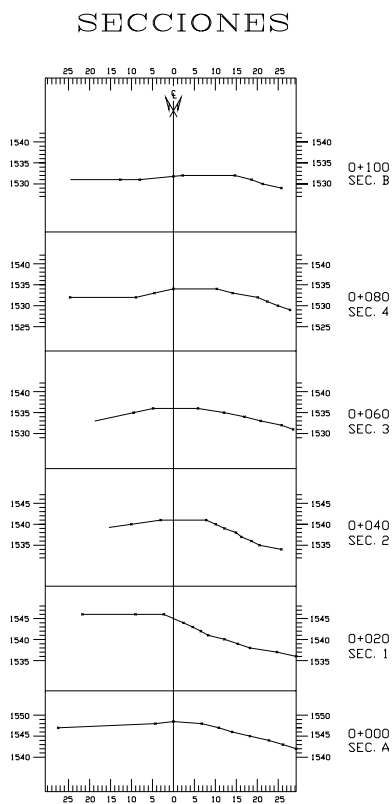


Figura E.9.4.3

9.4.3. Cálculo de Volúmenes a partir de las Secciones Transversales

En un proyecto de ingeniería se define como rasante a la traza que la superficie terminada del proyecto marca sobre el plano vertical a lo largo del eje de referencia, en otras palabras, la rasante es el perfil real del proyecto.

Superponiendo la rasante sobre el perfil longitudinal del terreno, podemos identificar las zonas de corte y relleno requeridas para la ejecución del proyecto.

En un proyecto vial, la rasante está constituida por tramos rectos y curvos, cuyas pendientes máximas, longitudes de pendientes y de curvas verticales quedarán limitadas por la velocidad de proyecto, importancia de la vía, etc.

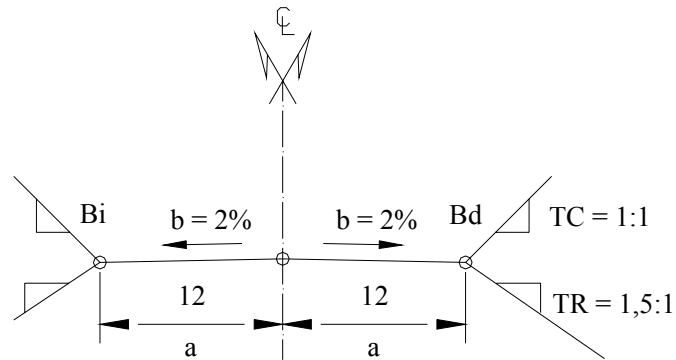
El diseño de la rasante de una vía queda fuera del alcance de este texto, en el presente capítulo simplemente describiremos el procedimiento de cálculo del volumen del movimiento de tierra correspondiente a un segmento recto de una vía.

Ejemplo 9.5.

Supongamos que en el perfil longitudinal del tramo **AB** de la figura E.9.3.1 la rasante pasa por el punto **A** con una cota de 1.542,00 m y una pendiente longitudinal **P** = 8,33% constante.

Calcule:

- Cota de la rasante en los puntos de progresiva entera a cada 20 m del perfil
- Cotas de trabajo del terreno
- Progresiva y cota del punto de paso
- Volúmenes de corte y relleno generados por una sección transversal tipo como se indica a continuación.



TC = Talud de corte.
TR = Talud de relleno.

Sección tipo

Solución

- a) Cálculo de las cotas de la rasante en los puntos de progresivas enteras a cada 20 m.**

Cota de la rasante en la progresiva 0 + 020 (punto 1 figura E.9.5.1). Aplicando las ecuaciones 6.1 y 9.1

$$Q_1 = Q_A + \Delta_{A1}$$

$$\Delta_{A1} = \frac{PD_{A1}}{100}$$

$$Q_1 = Q_A + \frac{P}{100} \cdot D_{A1} = 1.542,00 + \left(-\frac{8,33}{100} \right) \cdot 20 = 1.540,33$$

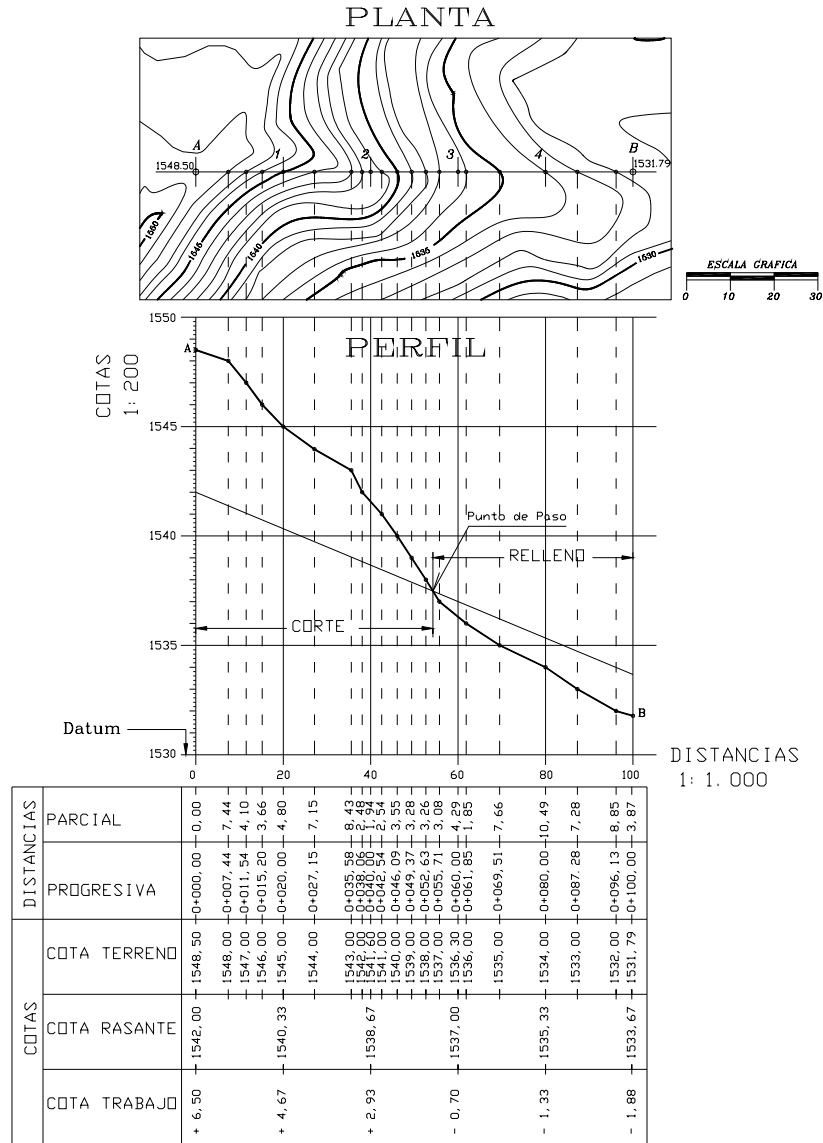


Figura E.9.5.1

de igual manera calculamos las cotas de los puntos restantes (2, 3, 4 y B) en función de la cota de la rasante en A (Q_A). El cálculo de las cotas de la rasante se resume en la siguiente tabla.

Tabla TE.9.5.1

1	2	3	4	5	6
Punto	Dist. *	Desnivel**	Q_{TER}	Q_R	Q_T
A	0,00	0	1.548,50	1.542,00	+6,50
1	20,00	-1,67	1.545,00	1.540,33	+4,67
2	40,00	-3,33	1.541,60	1.538,67	+2,93
3	60,00	-5,00	1.536,30	1.537,00	-0,70
4	80,00	-6,66	1.534,00	1.535,34	-1,33
B	100,00	-8,33	1.531,00	1.533,67	-1,88

* Distancias referidas al punto A

** Desnivel con respecto a A

Conocidas las cotas de la rasante, trazamos la misma sobre el perfil del terreno identificando los tramos en corte y relleno y la ubicación de los puntos de paso (ver figura E.9.5.1).

b) Cálculo de las cotas de trabajo

La cota de trabajo o altura de corte o relleno sobre el eje de la rasante se calcula como la diferencia entre la cota del terreno y la cota de la rasante.

$$Q_T = Q_{TER} - Q_R \quad (9.2)$$

siendo:

$Q_T =$ cota de trabajo

$Q_{TER} =$ cota del terreno

$Q_R =$ cota de rasante

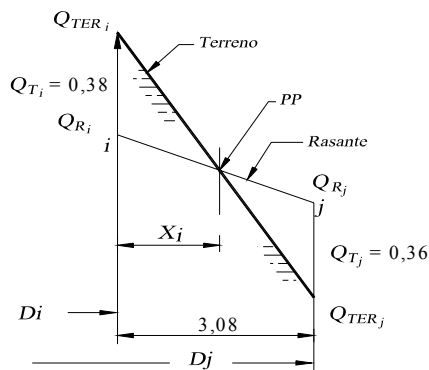
Valores positivos de Q_T , indican que Q_{TER} es mayor que Q_R , por lo tanto es una sección en corte. Valores negativos de Q_T indican que Q_{TER} es menor que Q_R , por lo tanto es una sección en relleno o terraplén.

En la tabla TE.9.5.1, las cotas de trabajo (columna 6) se calculan como las diferencias entre las cotas de terreno (columna 4) menos las cotas de rasante (columna 5).

Es usual colocar los valores de la tabla TE.9.4.1 al pie del perfil longitudinal como se puede observar en la figura E.9.5.1.

c) Progresiva y cota del punto de paso (P.P)

El P.P se define como el punto donde el terreno y la rasante tienen igual cota, por lo tanto la cota de trabajo es cero.



Prog.	0+052,63	0+055,71
Q_{TER}	1.538,00	1.537,00
Q_R	1.537,62	1.537,36
Q_T	+ 0,38	- 0,36

Figura E.9.5.2

En este punto el tramo pasa de corte a relleno o viceversa.

En la figura E9.5.1 podemos observar que el P.P se ubica entre las progresivas 0 + 052,63 y 0 + 055,71.

Para mejor entendimiento del proceso de cálculo de la progresiva y cota del P.P., ampliaremos esquemáticamente el tramo entre las progresivas donde se ubica el P.P. tal y como se muestra en la figura E.9.5.2.

Para calcular las cotas de trabajo en i y j debemos calcular las cotas de la rasante en dichos puntos.

$$Q_{Ri} = Q_{RA} + \Delta_{Ai}$$

$$\Delta_{Ai} = \frac{P}{100} \cdot D_{Ai}$$

$$Q_{Ri} = 1.542,00 - \frac{8,33}{100} \cdot 52,63 = 1.537,62$$

$$Q_{Rj} = 1.542,00 - \frac{8,33}{100} \cdot 55,71 = 1.537,36$$

$$Q_{Ti} = Q_{TERi} - Q_{Ri} = 1.538,00 - 1.537,62 = + 0,38$$

$$Q_{Tj} = Q_{TERj} - Q_{Rj} = 1.537,00 - 1.537,36 = -0,36$$

Por relación de triángulos tenemos:

$$\frac{(Q_{Ti} + Q_{Tj})}{D_{ij}} = \frac{Q_{Ti}}{X_i}$$

$$X_i = \frac{Q_{Ti} \cdot D_{ij}}{(Q_{Ti} + Q_{Tj})} = \frac{0,38 \cdot 3,08}{(0,38 + 0,36)} = 1,58m$$

$$X_i = 1,58 m$$

Luego, la progresiva del P.P será

$$Prog. P.P = Prog. i + X_i = (0 + 052,63) + 1,58 = 0 + 054,21$$

$$Prog. P.P = 0 + 054,21$$

La cota de la rasante en el P.P será:

$$QR_{pp} = QR_i + \frac{P}{100} \cdot X_i = 1.537,62 - \frac{8,33}{100} \cdot 1,58 = 1.537,49$$

$$QR_{pp} = 1.537,49$$

Igual solución obtendremos hallando la intersección de las rectas correspondientes al terreno y a la rasante en el tramo indicado.

Si llamamos T a la recta correspondiente al terreno entre el punto i y j y R a la recta correspondiente a la rasante en el mismo tramo, aplicando las ecuaciones 1.5 y 1.6 tendremos.

Ecuación de la recta T

$$Q_{pp} - Q_{TERi} = m_{TER} (D_{pp} - D_{ij})$$

en donde:

Q_{pp} = cota del punto de paso

D_{pp} = distancia horizontal del origen al P.P

D_{ij} = distancia horizontal de i a j

m_{TER} = pendiente del terreno en el tramo ij

$$m_{TER} = \frac{Q_{TERj} - Q_{TERi}}{D_j - D_i}$$

siendo:

D_j = la distancia horizontal del origen al punto j (progresiva de j)

D_i = distancia horizontal del origen al punto i (progresiva de i)

$$Q_{pp} - 1.538,00 = \left(\frac{1.537,00 - 1.538,00}{55,71 - 52,63} \right) \cdot (D_{pp} - 52,63)$$

$$Q_{pp} = 1.538,00 - 0,325 (D_{pp} - 52,63) \quad \Rightarrow \quad (a)$$

Ecuación de la recta R

$$Q_{pp} - Q_{Ri} = m_R (D_{pp} - D_{ij})$$

siendo:

m_R = pendiente de la rasante en el tramo ij (-8,33%)

$$Q_{pp} = 1.537,62 - 0,0833 (D_{pp} - 52,63) \quad \Rightarrow \quad (b)$$

igualando a con b

$$1.538,00 - 0,325 (D_{pp} - 52,63) = 1.537,62 - 0,0833 (D_{pp} - 52,63) - 0,38 + 0,242(D_{pp} - 52,63) = 0$$

$$D_{pp} = 54,21 \text{ m}$$

Sustituyendo D_{pp} en a (o en b) tenemos:

$$Q_{pp} = 1.538,00 - 0,325 (54,21 - 52,63)$$

$$Q_{pp} = 1.537,49 \text{ m}$$

d) Cálculo de los volúmenes del movimiento de tierra

- Sobre las secciones transversales previamente dibujadas se marcan las cotas de trabajo a partir de la intersección del eje con la línea del terreno, determinando de esta manera el punto de inserción (P_i) o punto de rasante de la sección tipo, tal y como se muestra en la figura E.9.5.3 para la sección en A de progresiva 0 + 000,00.

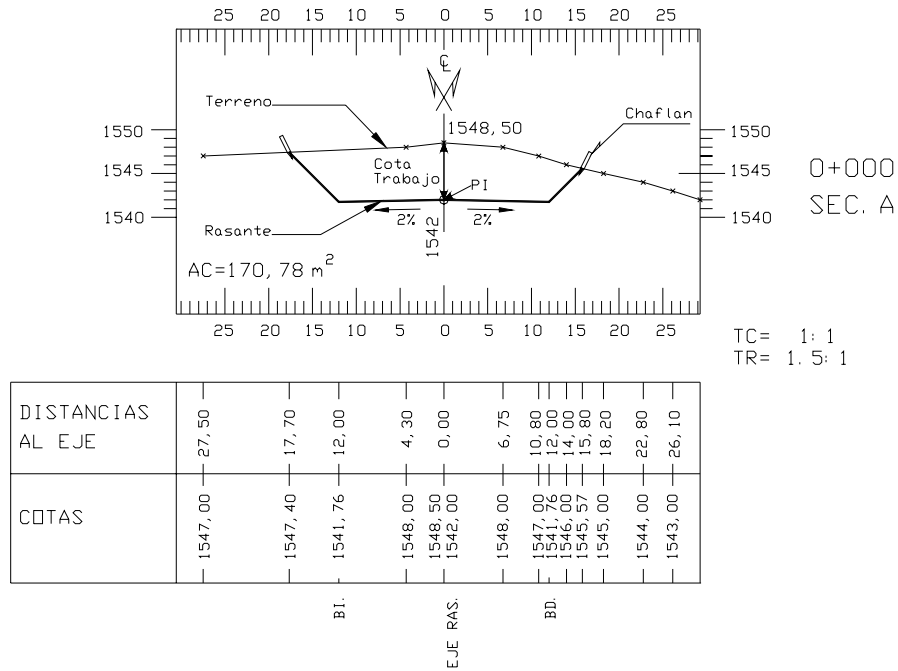


Figura E.9.5.3. Sección en A progresiva 0 + 000,00

- Se sobrepone la sección tipo sobre el P_i y se determinan los puntos de chaflán en la intersección de los taludes con el terreno.
- En forma gráfica o analítica se determinan las cotas y las distancias al eje de los chaflanes.
- Calculamos las cotas de los bordes de la vía. En nuestro caso:

$$Q_{Bi} = Q_{Be} = Q_{RA} - b \cdot a$$

$$Q_{Bi} = 1.542,00 - 0,02 \times 12 = 1.541,76$$

- Calculamos el área de la sección por el método de Gauss (ecuación 1.14)
En la tabla E.9.5.2 se ordenaron los datos para el cálculo del área de la sección transversal en A.

Tabla TE.9.5.2
Cálculo del área en la sección A

Dist. a eje	Cotas	Punto
0,00	1.548,50	Terreno al eje
6,75	1.548,00	
10,80	1.547,00	
14,00	1.546,00	
15,80	1.545,57	Chaflán derecho
12,00	1.541,76	Bd
0,00	1.542,00	Rasante al eje
-12,00	1.541,76	Bi
-17,70	1.547,40	Chaflán izquierdo
-4,30	1.548,00	
0,00	1.548,50	Terreno al eje

En A nos resulta un área de corte $AC_1 = 170,78 \text{ m}^2$

- Se repite el procedimiento para cada una de las secciones transversales (figura E.9.5.4)

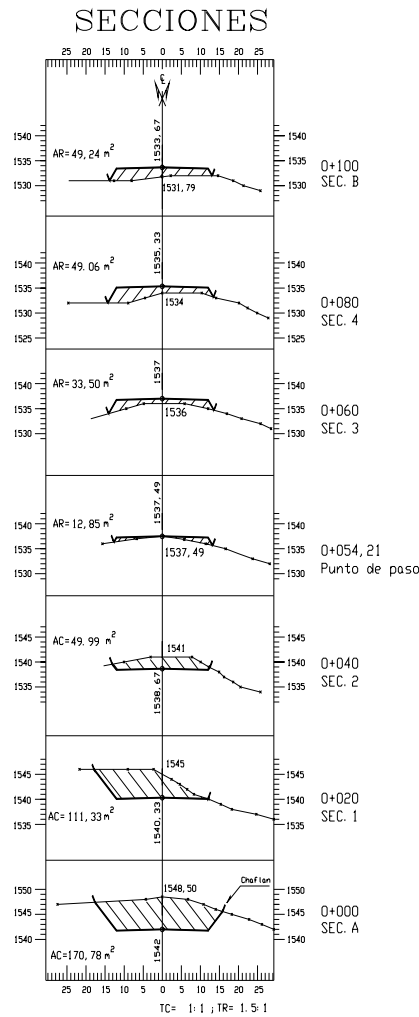


Figura E.9.5.4

- Una vez calculadas las áreas procedemos al cálculo de los volúmenes por el método de las áreas medias descrito en el capítulo 1.

Ordenando los datos en forma tabulada tenemos:

Tabla TE. 9.5.3
Cálculo del Volumen del Movimiento de Tierra

Sección	Prog.	Dis. Parc.	Area (m ²)		Volúmen (m ³)	
			Ac	AR	Vc	VR
A	0 + 000		170,78			
		20			2.821,10	
1	0 + 020		111,33			
		20			1.613,20	
2	0 + 040		49,99			
		20			29,93	1,344
3	0 + 060			33,50		
		20				825,60
4	0 + 080			49,06		
		20				983,00
B	0 + 100			49,24		
					4.464,23	1.822,04

$Volumen\ total\ de\ corte = 4.464,23\ m^3$

$Volumen\ total\ de\ relleno = 1.822,04\ m^3$

9.5. Topografía Modificada

Una de las aplicaciones más comunes de las curvas de nivel es la elaboración de los planos de la topografía modificada o representación gráfica plano altimétrica del proyecto sobre el área en la cual se construirá.

En vialidad es común referirse a la topografía modificada como *curvas de pavimento* y tiene aplicación directa en el diseño y ubicación de las estructuras de drenaje. En urbanismo se les conoce como terracedo con aplicación directa en la forma del terreno, determinación de las áreas de influencia del movimiento de tierras, ubicación de estructuras de contención y de drenaje, etc.

Para la explicación de uno de los métodos utilizados en la elaboración de la topografía modificada en proyectos viales nos apoyaremos en el ejemplo 9.6.

Ejemplo 9.6

Con la topografía de la figura E.9.3 y los resultados de los ejemplos 9.4 y 9.5, elabore el plano de topografía modificada para el tramo AB.

Solución

- De las secciones transversales definitivas (figura E9.5.4.) tomamos las cotas y distancias al eje de los chaflanes y de los bordes de la calzada más la cota de la rasante en el eje. Para la sección en A tenemos, (ver figura E.9.5.3 y tabla TE.9.5.2)

$\frac{-17,70}{1.547,74}$	$\frac{-12,00}{1.541,76}$	$\frac{0}{1.542,00}$	$\frac{12,00}{1.541,76}$	$\frac{15,80}{1.545,57}$
---------------------------	---------------------------	----------------------	--------------------------	--------------------------

- En el plano de planta, sobre la perpendicular por el punto A y a las distancias encontradas, marcamos las cotas correspondientes (figura E.9.6.1).
- Repetimos el procedimiento para las secciones restantes quedando de esta manera el plano acotado de la topografía modificada (figura E.9.6.1).
- Trazamos las líneas de chaflán o líneas de movimiento de tierra uniendo consecutivamente los puntos de chaflán (figura E.9.6.1).
- Interpolamos, por cualquiera de los métodos estudiados previamente, para calcular las cotas enteras sobre la rasante y sobre las líneas de los taludes. En la figura E.9.6.2 se muestra el proceso de interpolación gráfica, para el cálculo de las cotas enteras en los bordes de los taludes a partir de las secciones transversales definitivas.

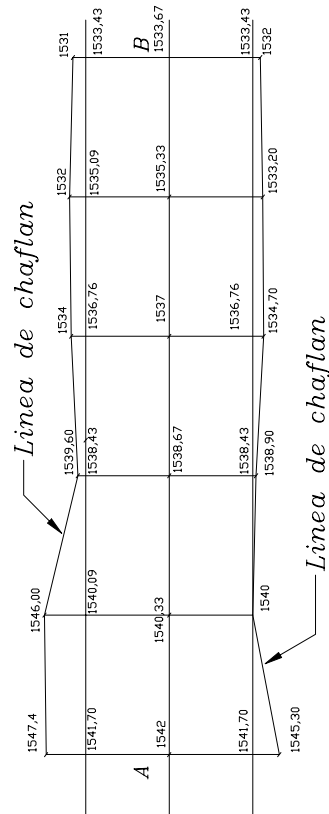


Figura E.9.6.1. Plano acotado y líneas de chaflan.

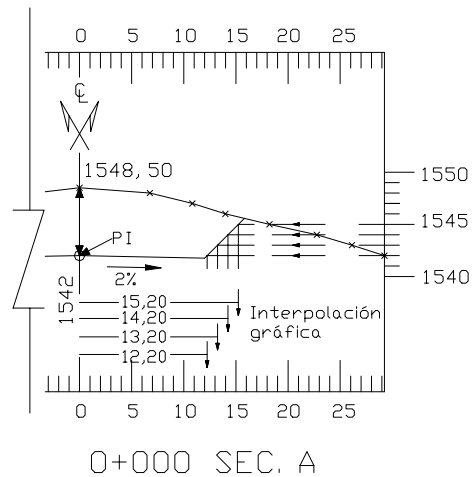


Figura E.9.6.2. Interpolación gráfica

- Trazamos las curvas de nivel correspondientes a la topografía modificada e indicamos las zonas de corte y relleno (figura E.9.6.3). En dicha figura se puede observar que la topografía modificada de una vía muestra, en forma aparentemente exagerada, la sección transversal de la misma.

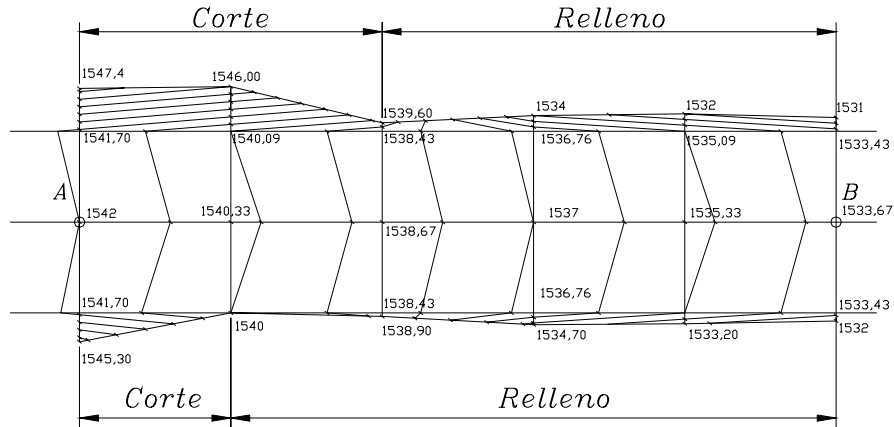


Figura E.9.6.3. Topografía modificada

- Superponemos la topografía modificada sobre el plano original. Nótese que fuera de las líneas de chaflán o líneas de movimiento de tierra, la topografía no se modifica.
- Podemos eliminar los segmentos de curvas de la topografía original comprendidos entre las líneas de chaflán.

En la figura E.9.6.4 se muestra el plano de topografía modificada definitivo indicando las zonas de corte y relleno.

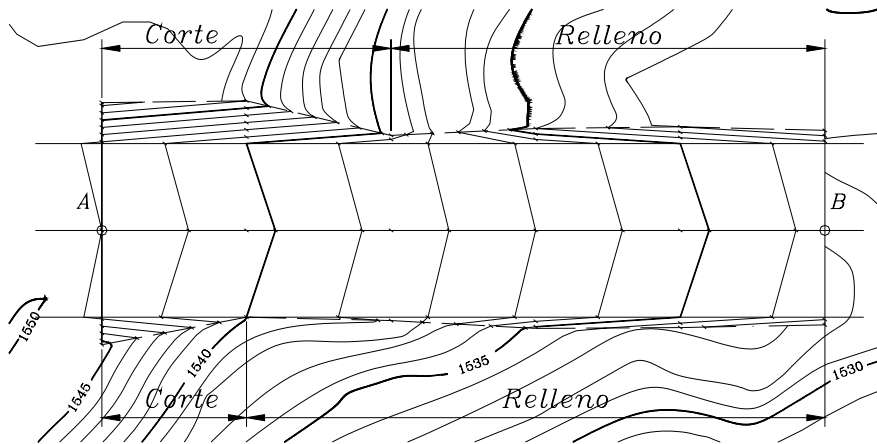


Figura E.9.6.4. Plano definitivo de la topografía modificada

9.6. Cálculo del Volumen de Almacenamiento de Agua en Represas o Embalses a partir de las Curvas de Nivel

En el presente capítulo estudiaremos un método aproximado para el cálculo del volumen de almacenamiento de represas o embalses a partir de las curvas de nivel.

Supongamos que tenemos un plano de curvas de nivel como el que se muestra en la figura 9.5.a.

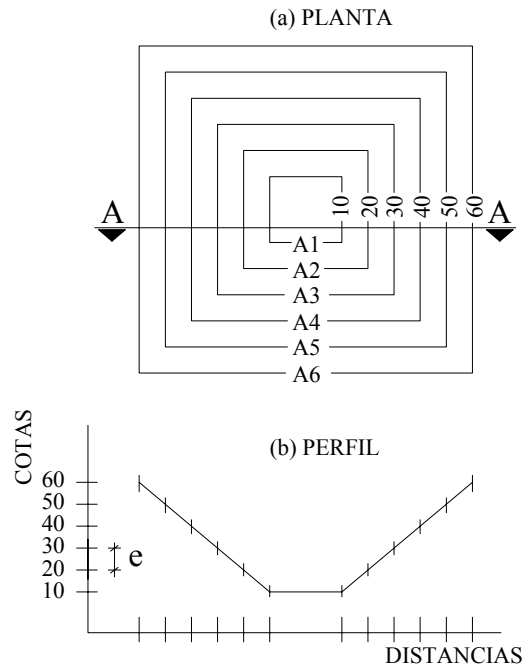


Figura 9.5

Como se puede observar, cada curva de nivel abarca un área determinada. La curva 10 encierra un área A_1 , la curva 20 un área A_2 y así sucesivamente.

Si representamos la sección transversal A-A obtenemos la figura 9.5.b.

Aplicando el método de las áreas medias para el cálculo del volumen del embalse tenemos:

$$V = \left\{ \frac{(A_1 + A_2)}{2} e + \frac{(A_2 + A_3)}{2} e + \frac{(A_3 + A_4)}{2} e + \frac{(A_4 + A_5)}{2} e + \frac{(A_5 + A_6)}{2} e \right\}$$

Sacando factor común y agrupando términos tenemos:

$$V = e \left(\frac{(A_1 + A_n)}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} A_i \right) \quad (9.3)$$

en donde:

$V = \text{volumen del embalse en } m^3$

$A_i = \text{área encerrada por la curva de nivel } i$

$e = \text{equidistancia entre curvas de nivel en } m$

Debido a la extensión y forma irregular que generalmente presentan las curvas de nivel, el cálculo del área de las mismas se puede realizar con planímetro.

Ejemplo 9.7.

El plano topográfico de la figura E9.7 representa la topografía de un sitio donde se desea proyectar una represa para la construcción de un embalse de agua.

Por indicaciones de estudios previos se ha determinado el punto A para la ubicación de la represa. Si el nivel del agua embalsada no debe superar la cota 120 calcule:

- Máximo volumen de almacenamiento de la represa en m^3 .
- Construya un gráfico volumen - elevación para determinar el volumen de almacenamiento de la represa a diferentes elevaciones del nivel de agua.

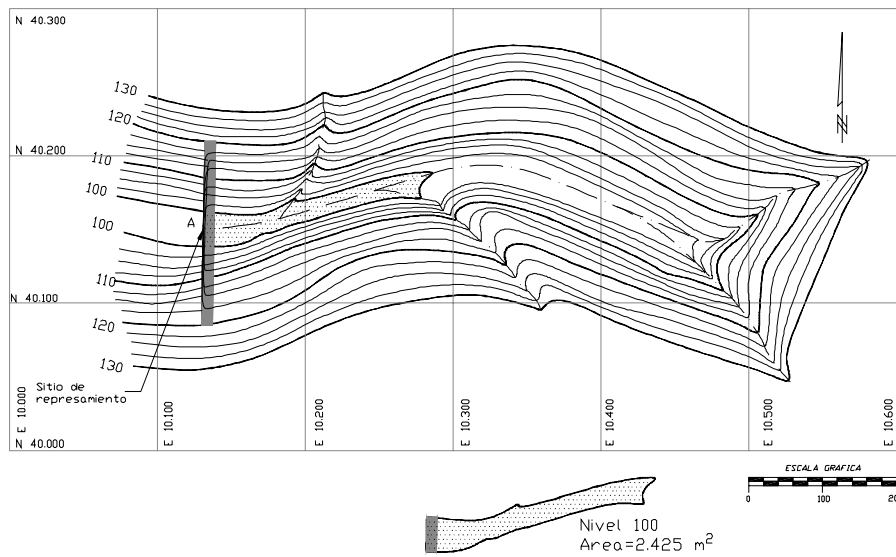


Figura E.9.7

Solución

- Mediante el uso del planímetro calculamos el área encerrada por cada una de las curvas de nivel. Si las curvas de nivel han sido digitalizadas mediante algunos programa de edición gráfica como el AUTOCAD, en forma de polilíneas, es posible conocer el área de cada una de las curvas mediante la ejecución de los comandos respectivos. Algunos programas de aplicación especializados en el área, que trabajan en base a modelos digitales, facilitan aun más el trabajo calculando directamente el volumen para el nivel deseado con la ejecución de un simple comando. En la figura E.9.7 se detalla el área demarcada por la curva 100.

- Para facilitar los cálculos, tabulamos los datos en la forma como se indica en la tabla TE.9.7.

Tabla E.9.7

1	2	3	4	5
No.	Nivel	Area m ²	Vol	Vol Acum.
1	100	2.425	12.538,75	
2	102,5	7.606	23.327,50	12.538,75
3	105	11.056	32.335,00	35.866,25
4	107,5	14.812	42.123,75	68.201,25
5	110	18.887	53.577,50	110.325,00
6	112,5	23.975	66.343,75	163.902,50
7	115	29.100	80.335,00	230.246,25
8	117,5	35.168	96.366,25	310.581,25
9	120	41.925		406.947,50
		Σ	406.947,50	

- La capacidad total del embalse se puede calcular aplicando la ecuación 9.3

$$V = e \cdot \left(\frac{A_1 + A_9}{2} + \sum_{i=2}^8 A_i \right)$$

$$V = 2,5 \cdot \left(\frac{2.425 + 41.925}{2} + 140.604 \right) = 406.947,50 m^3$$

$$V = 406.947,50 m^3$$

- Igual resultado se debe obtener calculando los volúmenes parciales entre los diferentes niveles por el método de las áreas medias (columna 4). La capacidad del embalse vendrá dada por la suma de los volúmenes parciales.
- El volumen almacenado para cada nivel se calcula acumulando los volúmenes parciales (columna 5).
- Con los valores de las columnas 2 y 5 elaboramos el gráfico de volumen de almacenamiento – nivel de agua, figura E.9.7.1.

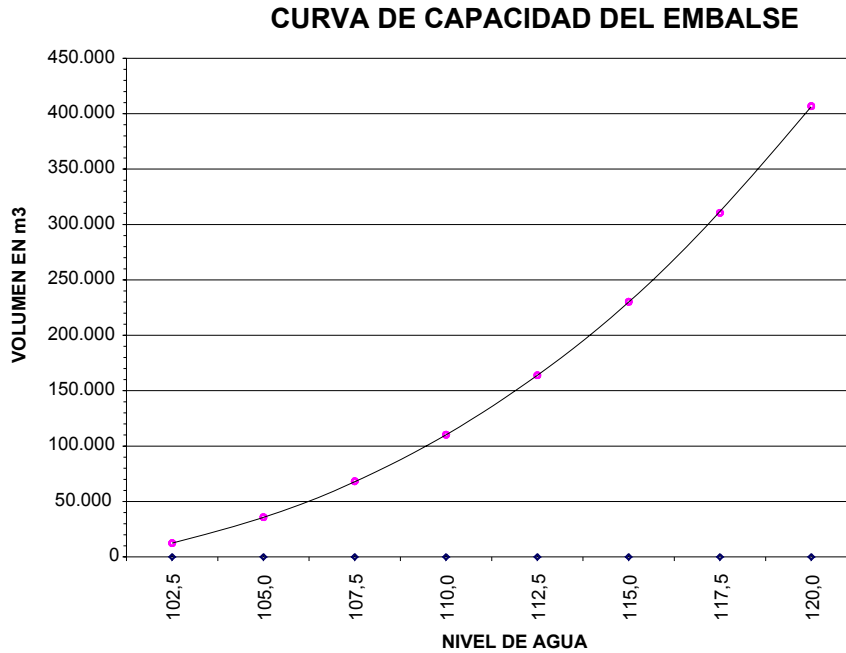


Figura E.9.7.1

Problemas Propuestos

9.1. La figura inferior representa el plano a curvas de nivel de un terreno con equidistancia de 5 m. Trace diferentes alternativas, partiendo desde ambos extremos, para el establecimiento de la línea central de un camino con pendiente no mayor del 4% para conectar los puntos A y B.

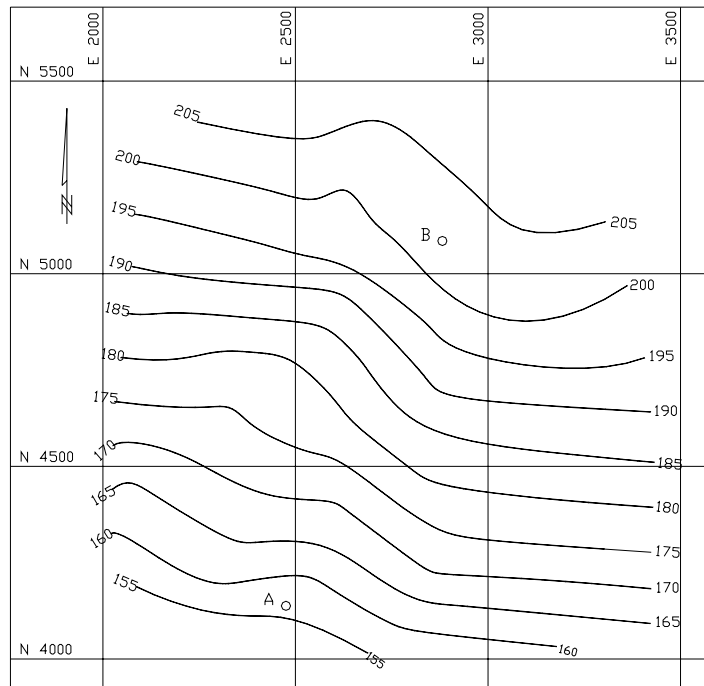


Figura P.9.1.

9.2. Construya el perfil longitudinal del alineamiento mostrado en la figura P.9.2

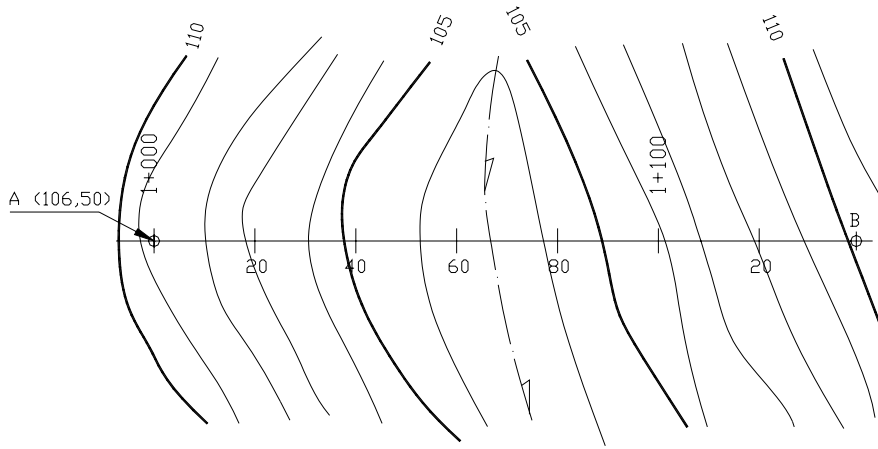


Figura P.9.2.

9.3. Construya las secciones transversales en los puntos de progresiva indicados en la figura P.9.2.

Escalas V = H = 1:200

Ancho de secciones 25 m a cada lado del eje

9.4. Sobre el perfil construido en el problema 9.2, trace una rasante con pendiente $P = 4\%$ que una A con B, indicando el punto de paso y las áreas de corte y relleno. Calcule las cotas de rasante, terreno y trabajo indicándolas al pie del perfil longitudinal.

9.5. Suponga una sección transversal tipo como la que se indica a continuación y calcule los volúmenes de corte y relleno generados en el problema 4.

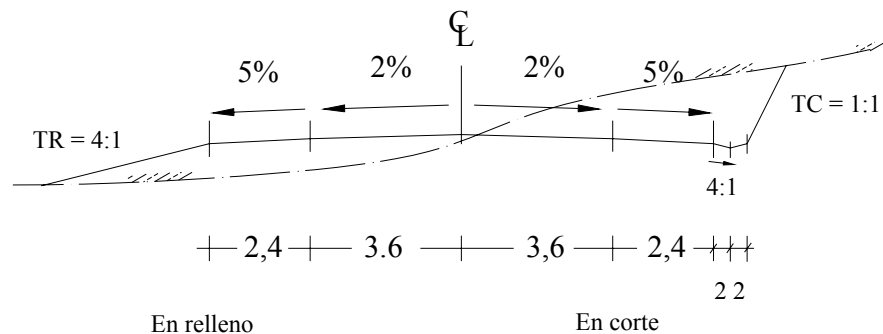


Figura P.9.5

- 9.6. Con los resultados obtenidos en los problemas 9.2 a 9.5, dibuje la topografía modificada del tramo en estudio y trace las líneas de chaflán.
- 9.7. Con los datos representados en la figura inferior, dibuje las curvas de pavimento con $e = 0,5$ m.

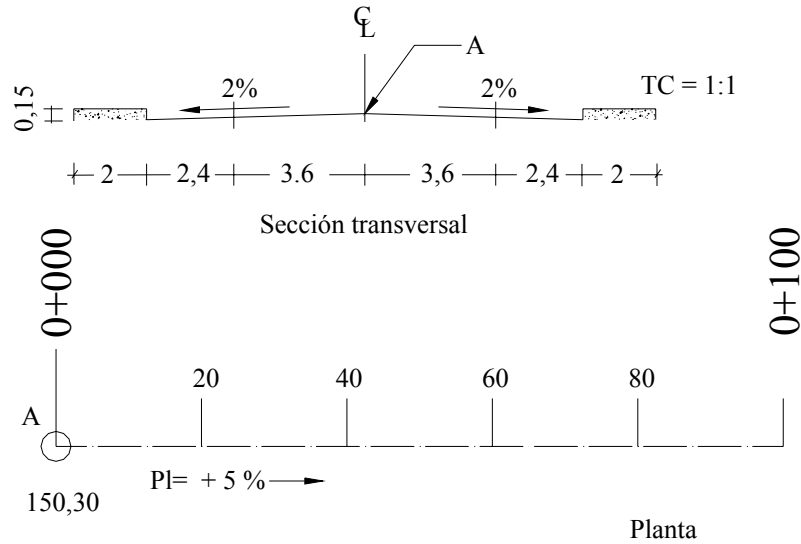


Figura P.9.7.

- 9.8. La figura P.9.8 representa la topografía de un terreno en ladera sobre el cual se desea construir una terraza de 20 m x 40 m. Se desea que la terraza tenga una pendiente del 2% en el sentido que indica a fin de drenar el agua que caiga sobre su superficie. La terraza debe construirse de manera que en el lado AB tenga una cota de 52,20 m. Los taludes de corte y relleno se harán con inclinación 1:2. Dibuje la topografía modificada y calcule el volumen del movimiento de tierra.

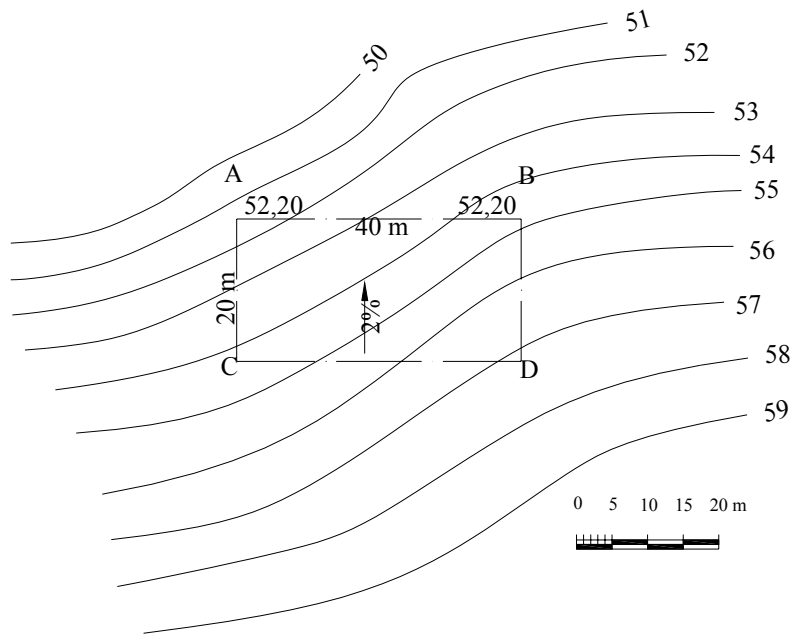


Figura P.9.8

- 9.9. La figura P.9.9. muestra la topografía original, la ubicación y la geometría de un embalse en estudio.
Dibuje la topografía modificada con curvas a cada metro y calcule el volumen de relleno.

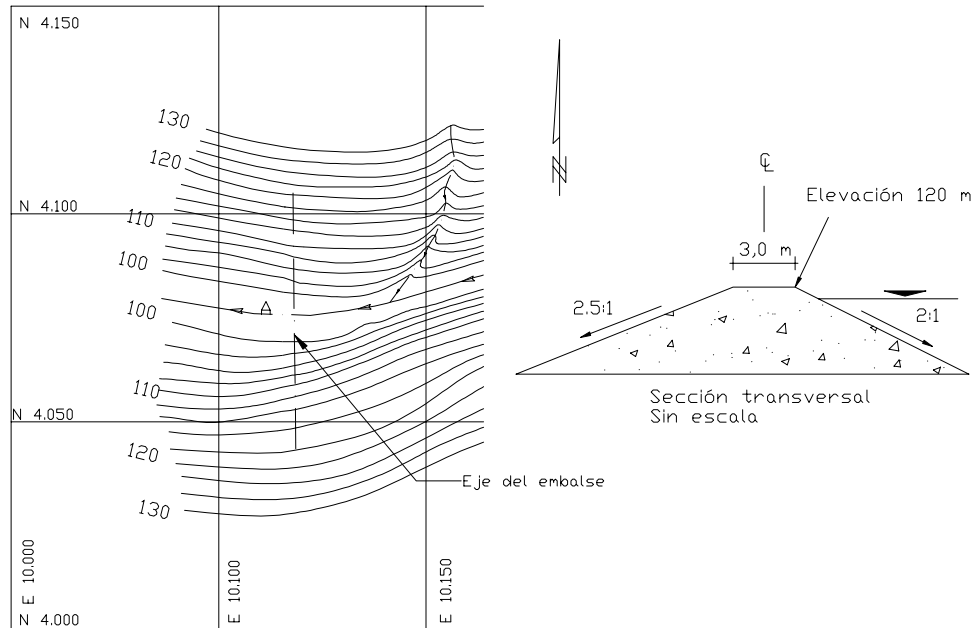


Figura P.9.9